

### Contrôle du couple électromagnétique d'une machine asynchrone par la méthode du flux orienté.

Le principe du contrôle du couple électromagnétique par la méthode du flux orienté est basé sur la connaissance du **modèle dynamique** (modèle de Park) de la machine.

Le contrôle vectoriel de flux permet d'imposer à la machine asynchrone un mode de fonctionnement analogue à une machine à courant continu pour laquelle le couple électromagnétique est proportionnel à deux grandeurs indépendantes (le flux inducteur et le courant d'induit).

Pour établir le modèle de Park de la machine asynchrone, nous faisons les hypothèses suivantes :

- Répartition sinusoïdale de l'induction dans l'entrefer
- Machine bipolaire ( $p = 1$ ).
- Machine à pôles lisses.
- Circuit magnétique non saturé.
- Chaque bobinage est considéré en convention récepteur :  $v = r i + \frac{d\phi}{dt}$  et les flux sont orientés suivant le sens de l'axe de la bobine. Un courant positif dans une bobine fait circuler un flux positif .

Ainsi, l'inductance Mutuelle entre deux bobines s'exprime par :

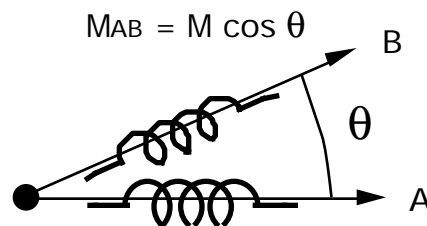


Figure 1

### I Transformation triphasé-diphasé :

Principe : Pour créer un champ tournant, il n'est pas nécessaire d'avoir un système triphasé de bobines. Deux bobines perpendiculaires sont suffisantes (Figure 2).

Les bobines  $\alpha$  et  $\beta$  étant perpendiculaires, leur inductance mutuelle est nulle. Pour les bobines 1,2 et 3 l'inductance mutuelle  $M$  est négative ( $M < 0$ ).

Pour être équivalentes, il faut que les structures triphasée et diphasée produisent la même induction dans l'entrefer de la machine et qu'il y est conservation de la puissance instantanée.

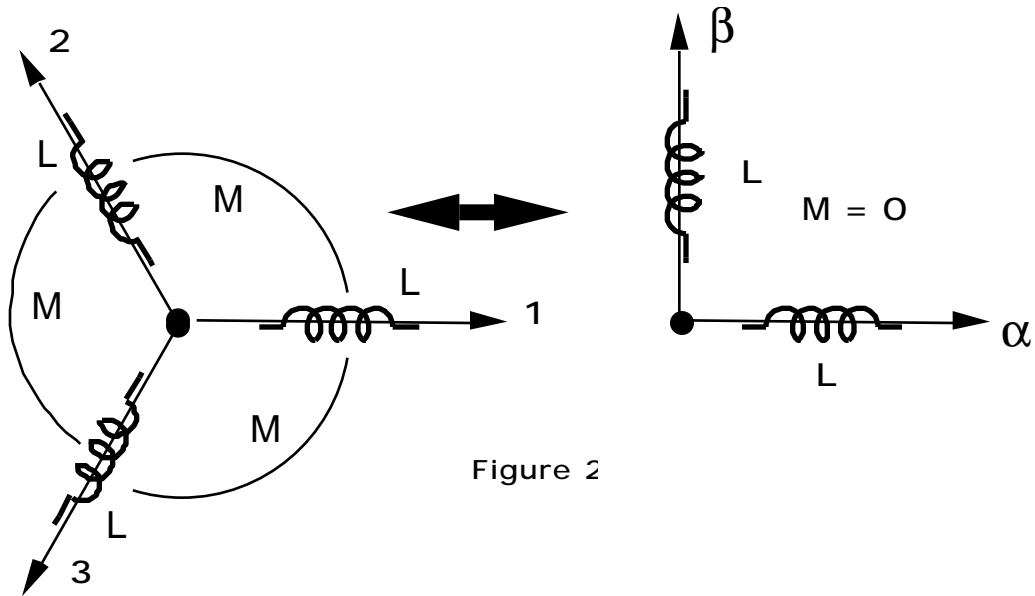


Figure 2

Pour passer du système triphasé au système diphasé, il faut définir la matrice de transformation suivante (*Transformation de Concordia*) :

$$\begin{matrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_o \end{matrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{matrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{matrix} \begin{matrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{matrix}$$

Cette matrice que l'on note  $[T]$ , permet de déterminer les grandeurs dans le système diphasé : (Le courant  $i_o$  correspond à la composante homopolaire des courants  $i_1, i_2, i_3$ ).

De même, la transformation  $T$  permet de calculer les tensions du système diphasé :

$$\begin{matrix} V_\alpha \\ V_\beta \\ V_o \end{matrix} = [T] \begin{matrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{matrix}$$

Exemple : si  $V_1(t) = V \sqrt{2} \sin(\omega t)$  ;  $V_2(t) = V \sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})$  ;  $V_3(t) = V \sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})$ , on obtient à l'aide de la transformation,  $V_\alpha(t) = V \sqrt{3} \sin(\omega t)$  et  $V_\beta(t) = V \sqrt{3} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$ ,  $V_o = 0$ . Les tensions  $V_\alpha$  et  $V_\beta$  forment un système diphasé équilibré direct !

La transformation inverse est telle que :

$$[T]^{-1} = [T]^t = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{matrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{matrix}$$

Connaissant les grandeurs diphasées, on peut alors revenir aux grandeurs triphasées.

La puissance instantanée s'exprime par :

$$p = v_1.i_1 + v_2.i_2 + v_3.i_3 = V_\alpha.i_\alpha + V_\beta.i_\beta + V_0.i_0$$

Pour le système diphasé, les équations des bobines s'écrivent:  
(R : résistance des bobinages de la structure triphasée).

$$V_\alpha = R.i_\alpha + \frac{d\phi_\alpha}{dt}; \phi_\alpha = L.i_\alpha$$

Avec  $L = L - M$  (Inductance cyclique)

$$V_\beta = R.i_\beta + \frac{d\phi_\beta}{dt}; \phi_\beta = L.i_\beta$$

$$V_0 = R.i_0 + \frac{d\phi_0}{dt}; \phi_0 = L_0.i_0 \text{ avec } L_0 = L + 2M \text{ (Inductance cyclique homopolaire)}$$

## II Transformation à un axe

Principe : Les équations sur les axes  $\alpha$  et  $\beta$  sont similaires, afin de simplifier l'écriture, on associe le plan complexe au repère  $\alpha, \beta$ .

On pose :  $\underline{V} = V_\alpha + j.V_\beta$ ,  $\underline{i} = i_\alpha + j.i_\beta$ ,  $\underline{\phi} = \phi_\alpha + j.\phi_\beta$

Ainsi, nous pouvons écrire :  $\underline{V} = R.\underline{i} + \frac{d\underline{\phi}}{dt}$  avec  $\underline{\phi} = L.\underline{i}$

*Exemple* : Si  $i_1(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t)$ ;  $i_2(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \frac{2\pi}{3})$ ,  $i_3(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \frac{4\pi}{3})$ , on obtient à l'aide de la transformation,  $i_\alpha(t) = I\sqrt{3}\cos(\omega t)$ ,  $i_\beta(t) = I\sqrt{3}\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$ ,  $i_0 = 0$ .

Les courants  $i_\alpha$  et  $i_\beta$  forment un système diphasé équilibré direct et  $\underline{i}(t) = I\sqrt{3}e^{j\omega t}$

Le courant complexe  $\underline{i}(t)$  est l'image du champ tournant produit par le système triphasé de bobines (Figure 3).

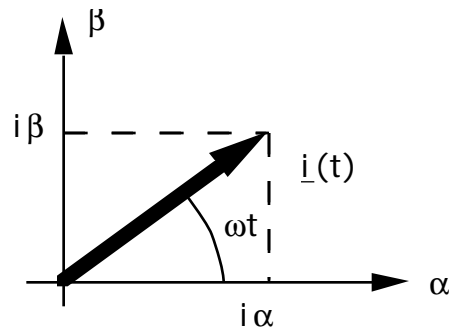


Figure 3

Cela signifie que s'il était possible d'alimenter une bobine par un courant complexe, on pourrait créer un champ tournant avec **une seule** bobine.

La puissance instantanée s'exprime par :

$$p = \text{Re}(\underline{V} . \underline{i}^*) + V_0.i_0. \text{ (Nota : généralement } V_0 \text{ et } i_0 \text{ sont nuls et } p = \text{Re}(\underline{V} . \underline{i}^*) \text{ )}.$$

### III Modélisation d'une machine asynchrone.

#### III-1 : Transformation triphasé-diphasé appliquée à la machine asynchrone.

La machine est supposée triphasée au rotor et au stator (Figure 4), l'inductance mutuelle entre une phase stator et une phase rotor dépend de la position du rotor  $\theta$  et a pour valeur maximale  $M_{sr}$ .

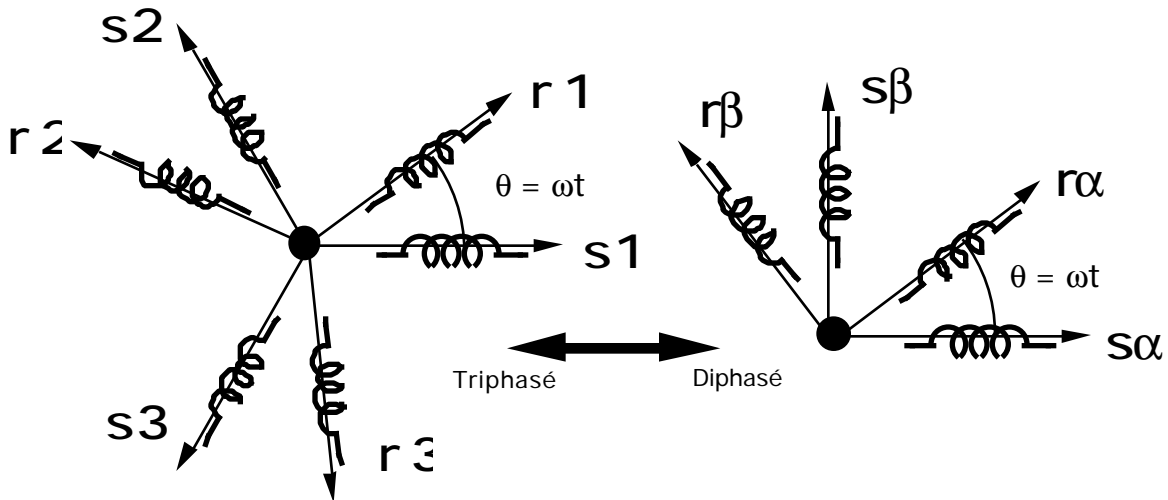


Figure 4

En appliquant la transformation triphasé-diphasé pour les enroulements statoriques et rotoriques, on se ramène à une machine diphasée au stator et au rotor. Ainsi les équations s'écrivent :

Pour le stator :

$$V_{s\alpha} = R_s i_{s\alpha} + \frac{d\phi_{s\alpha}}{dt}$$

$$V_{s\beta} = R_s i_{s\beta} + \frac{d\phi_{s\beta}}{dt}$$

$$V_{s0} = R_s i_{s0} + \frac{d\phi_{s0}}{dt} \text{ avec } \phi_{s0} = L_{s0} i_{s0}$$

$L_{s0}$  : inductance cyclique homopolaire du stator.  
 $R_s$  : Résistance des enroulements statoriques.

Pour le rotor :

$$V_{r\alpha} = R_r i_{r\alpha} + \frac{d\phi_{r\alpha}}{dt}$$

$$V_{r\beta} = R_r i_{r\beta} + \frac{d\phi_{r\beta}}{dt}$$

$$V_{r0} = R_r i_{r0} + \frac{d\phi_{r0}}{dt} \text{ avec } \phi_{r0} = L_{r0} i_{r0}$$

$L_{r0}$  : inductance cyclique homopolaire du rotor.  
 $R_r$  : Résistance des enroulements rotoriques

Les équations concernant les composantes homopolaires sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

Expression des flux :

Pour le stator :

$$\phi_{s\alpha} = L_s i_{s\alpha} + M_{sr} i_{r\alpha} \cos \theta - M_{sr} i_{r\beta} \sin \theta$$

$$\phi_{s\beta} = L_s i_{s\beta} + M_{sr} i_{r\alpha} \sin \theta + M_{sr} i_{r\beta} \cos \theta$$

$L_s$  : inductance cyclique du stator.

Pour le rotor :

$$\phi_{r\alpha} = L_r i_{r\alpha} + M_{sr} i_{s\alpha} \cos \theta + M_{sr} i_{s\beta} \sin \theta$$

$$\phi_{r\beta} = L_r i_{r\beta} - M_{sr} i_{s\alpha} \sin \theta + M_{sr} i_{s\beta} \cos \theta$$

$L_r$  : inductance cyclique du rotor.

$M_{sr}$  : Mutuelle inductance cyclique entre le stator et le rotor ;  $M_{sr} = \frac{3}{2} M_{sr}$

Annexe : Contrôle vectoriel du couple d'une machine asynchrone.

Pour simplifier l'écriture des équations, il faut appliquer la transformation à un axe au stator et au rotor de la machine.

III-2 : Transformation à un axe appliquée à la machine asynchrone.

Avec la transformation à un axe, il est possible de représenter la machine conformément à la figure 5.

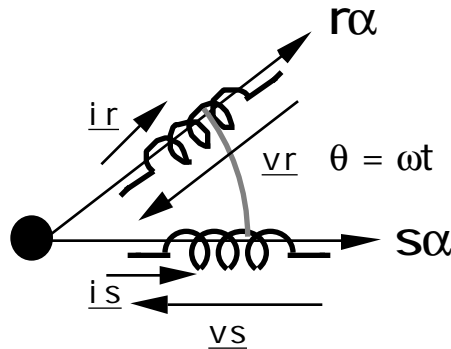


Figure 5

Les équations des bobines'écritent :

Pour le stator :

(Axe réel  $S\alpha$ , axe imaginaire  $S\beta$ )

$$\underline{v}_s = R_s \underline{i}_s + \frac{d\phi_s}{dt}$$

Pour le rotor :

(Axe réel  $R\alpha$ , axe imaginaire  $R\beta$ )

$$\underline{v}_r = R_r \underline{i}_r + \frac{d\phi_r}{dt}$$

Les équations concernant les composantes homopolaires sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

Expressions des flux :

Pour le stator :

$$\underline{\phi}_s = \phi_s \alpha + j \phi_s \beta$$

Ainsi :

$$\underline{\phi}_s = L_s \underline{i}_s + M_{sr} \underline{i}_r e^{j\theta}$$

Pour le rotor :

$$\underline{\phi}_r = \phi_r \alpha + j \phi_r \beta$$

Ainsi :

$$\underline{\phi}_r = L_r \underline{i}_r + M_{sr} \underline{i}_s e^{-j\theta}$$

Les pulsations des grandeurs statoriques et rotoriques sont différentes.

Expression du couple électromagnétique :

Le couple électromagnétique est proportionnel au produit vectoriel des vecteurs représentatifs de  $\underline{i}_s$  et  $\underline{i}_r$ . (Voir rappel de cours).

$$C_{EM} = k \vec{i}_s \Delta \vec{i}_r$$

On peut montrer à partir des expressions de  $\underline{i}_s$  et  $\underline{i}_r$  que :

$$\vec{i}_s \Delta \vec{i}_r = \text{Im}(\underline{i}_s \cdot \underline{i}_r^* e^{j\theta})$$

En fait le couple électromagnétique s'exprime par la relation suivante :

$$C_{EM} = Msr \text{Im} (\underline{i}_s \cdot \underline{i}_r^* e^{-j\theta})$$

Afin de simplifier encore plus le modèle de la machine, on va exprimer les grandeurs statoriques et rotoriques dans le même repère.

*III-3 : Changement de repère ; système d'axes lié au champ tournant stator.*

Pourquoi un repère lié au champ tournant stator ? :

Revenons à l'expression du courant statorique calculée au II :  $\underline{i}_s = I\sqrt{3} e^{j\omega_s t}$

$\omega_s$  : Pulsation des courants statoriques ;  $\underline{i}_s$  est représentatif du champ tournant stator.

Le même résultat peut être obtenu en alimentant une bobine par un courant continu d'amplitude  $I\sqrt{3}$  et en faisant tourner cette bobine par rapport au stator à la vitesse angulaire  $\omega_s$ . Cela revient à définir un nouveau repère d'axes d et q liés au champ tournant (Voir figure 6).

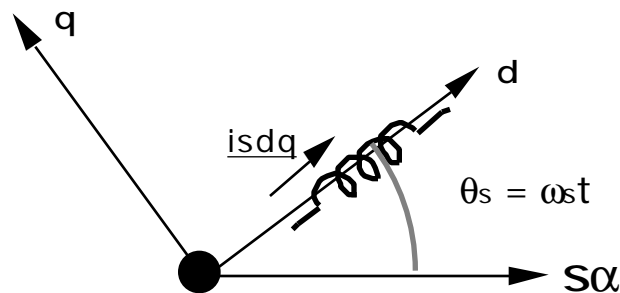


Figure 6

Ce changement de repère est tel que :

$$\underline{i}_s = \underline{isdq} e^{j\omega_s t}$$

*Les grandeurs ramenées dans le repère dq sont de pulsation nulle.*

En régime permanent sinusoïdal, les courants statoriques de la machine asynchrone triphasée sont sinusoïdaux, le courant  $\underline{isdq}$  est un courant continu !.

III-4 : Modélisation de la machine asynchrone dans un repère lié au champ tournant stator

Les différents angles électriques sont définis sur la figure 7.

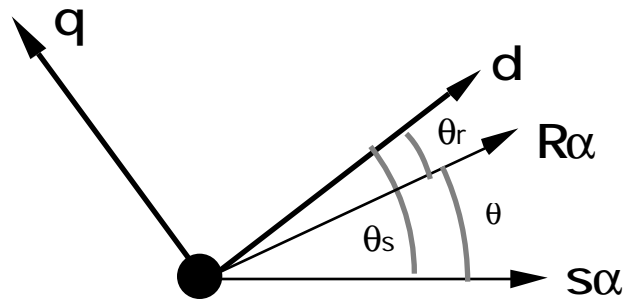


Figure 7

On a :

$$\frac{d\theta_s}{dt} = \omega_s ; \quad \frac{d\theta_r}{dt} = \omega_r ; \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega$$

$\omega_s$  : vitesse angulaire de rotation du champ tournant stator

$\omega_r$  : vitesse angulaire glissement (Pulsation des grandeurs rotoriques).

$\omega$  : vitesse angulaire de rotation du rotor.

Pour la mise en équation de la machine, on se réfère aux équations écrites au III-2.

Pour le stator :

$$\underline{V}_s = R_s \underline{i}_s + \frac{d\phi_s}{dt}$$

Compte tenu du changement de repère :

$$\phi_s = \phi_{sdq} e^{j\theta_s}$$

$$\underline{V}_s = \underline{V}_{sdq} e^{j\theta_s}$$

$$\underline{i}_s = \underline{i}_{sdq} e^{j\theta_s}$$

Le flux s'exprime alors par :

$$\frac{d\phi_s}{dt} = \frac{d\phi_{sdq}}{dt} e^{j\theta_s} + j \omega_s \phi_{sdq} e^{j\theta_s}$$

Pour le rotor :

$$\underline{V}_r = R_r \underline{i}_r + \frac{d\phi_r}{dt}$$

Compte tenu du changement de repère :

$$\phi_r = \phi_{rdq} e^{j\theta_r}$$

$$\underline{V}_r = \underline{V}_{rdq} e^{j\theta_r}$$

$$\underline{i}_r = \underline{i}_{rdq} e^{j\theta_r}$$

Le flux s'exprime alors par :

$$\frac{d\phi_r}{dt} = \frac{d\phi_{rdq}}{dt} e^{j\theta_r} + j \omega_r \phi_{rdq} e^{j\theta_r}$$

On obtient ainsi un système de quatre équations :

Pour le stator : $\underline{V}_{sdq} = R_s \underline{i}_{sdq} + \frac{d\phi_{sdq}}{dt} + j \omega_s \phi_{sdq}$ $\phi_{sdq} = L_s \underline{i}_{sdq} + M_{sr} \underline{i}_{rdq}$	Pour le rotor : $\underline{V}_{rdq} = R_r \underline{i}_{rdq} + \frac{d\phi_{rdq}}{dt} + j \omega_r \phi_{rdq}$ $\phi_{rdq} = L_r \underline{i}_{rdq} + M_{sr} \underline{i}_{sdq}$
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Le couple électromagnétique s'exprime par la relation :

$$C_{EM} = M_{sr} \text{Im} (\underline{i}_{sdq} \cdot \underline{i}_{rdq}^* )$$

#### IV Modèle de Park de la machine asynchrone

(Le repère est ici lié au champ tournant)

Pour obtenir les équations de Park de la machine asynchrone, il faut revenir aux grandeurs réelles sur les axes d et q. C'est à dire :

Pour le stator : $V_{sd} = R_s i_{sd} + \frac{d\phi_{sd}}{dt} - \omega_s \phi_{sq}$ $V_{sq} = R_s i_{sq} + \frac{d\phi_{sq}}{dt} + \omega_s \phi_{sd}$ $\phi_{sd} = L_s i_{sd} + M_{sr} i_{rd}$ $\phi_{sq} = L_s i_{sq} + M_{sr} i_{rq}$	Pour le rotor : $V_{rd} = R_r i_{rd} + \frac{d\phi_{rd}}{dt} - \omega_r \phi_{rq}$ $V_{rq} = R_r i_{rq} + \frac{d\phi_{rq}}{dt} + \omega_r \phi_{rd}$ $\phi_{rd} = L_r i_{rd} + M_{sr} i_{sd}$ $\phi_{rq} = L_r i_{rq} + M_{sr} i_{sq}$
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Le couple électromagnétique s'exprime par la relation :

$$C_{EM} = M_{sr} ( i_{sq} \cdot i_{rd} - i_{sd} \cdot i_{rq} )$$

Les courants rotoriques ne sont pas des grandeurs accessibles. Les seules grandeurs que l'on peut imposer en alimentant la machine par le stator sont les courants  $i_{sq}$  et  $i_{sd}$ .



### V Contrôle du couple électromagnétique par la méthode du flux orienté.

Le but est d'obtenir une expression de  $C_{EM}$  telle que :  $C_{EM} = k i_{sd} i_{sq}$ .

Expression analogue à celle du couple électromagnétique dans une machine à courant continu.

Le rotor de la machine étant en court-circuit, on peut écrire que  $v_{rd} = v_{rq} = 0$ .

Ainsi :

$$0 = R_r i_{rd} + \frac{d\phi_{rd}}{dt} - \omega_r \phi_{rq} \quad (1)$$

$$0 = R_r i_{rq} + \frac{d\phi_{rq}}{dt} + \omega_r \phi_{rd} \quad (2)$$

Pour que le couple électromagnétique dépende du produit  $i_{sd} i_{sq}$ , il faut que  $i_{rq}$  soit proportionnel à  $i_{sq}$  et que  $i_{rd}$  soit nul.

En reprenant les expressions des flux  $\phi_{rd}$  et  $\phi_{rq}$ , on a :

$$i_{rd} = \frac{\phi_{rd}}{L_r} - \frac{M_{sr}}{L_r} i_{sd} \text{ et } i_{rq} = \frac{\phi_{rq}}{L_r} - \frac{M_{sr}}{L_r} i_{sq}$$

$$\text{Si } \phi_{rq} = 0, \text{ alors } i_{rq} = - \frac{M_{sr}}{L_r} i_{sq}$$

Les équations 1 et 2 deviennent :

$$\frac{L_r}{R_r} \frac{d\phi_{rd}}{dt} + \phi_{rd} = M_{sr} i_{sd} \quad (1)$$

$$\omega_r \phi_{rd} = \frac{M_{sr}}{L_r} R_r i_{sq} \quad (2).$$

En régime permanent, le flux  $\phi_{rd}$  est constant et imposé par la composante  $i_{sd}$  du courant statorique :

$\phi_{rd} = M_{sr} i_{sd}$  ;  $i_{sd}$  est analogue au courant d'inducteur d'une machine à courant continu.

Le courant  $i_{rd}$  est nul !

La pulsation  $\omega_r$  doit satisfaire à l'équation 2 :  $\omega_r \phi_{rd} = \frac{M_{sr}}{L_r} R_r i_{sq}$ .

Le couple électromagnétique s'exprime alors par :

$$C_{EM} = \frac{M_{sr}^2}{L_r} i_{sd} i_{sq}$$

Ces équations permettent de définir le principe du contrôle de couple électromagnétique pour la réalisation d'un asservissement de vitesse (Figure 8).

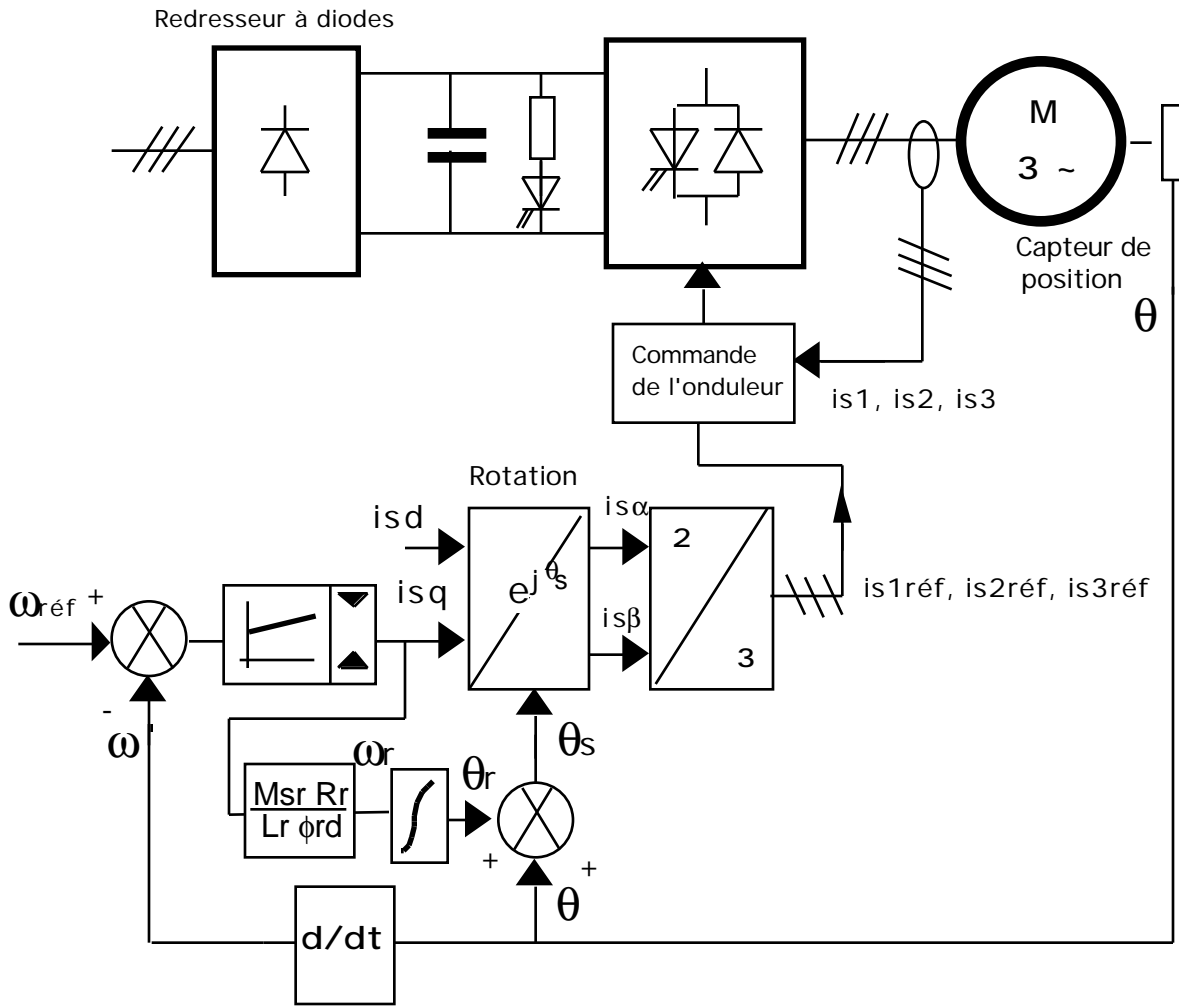


Figure 8

## **Bibliographie**

- W. Leonhard : *"Control of Electrical Drives"*.  
Springer Verlag 1985.
- B. K. Bose : *"Power Electronics and AC Drives"*  
Prentice Hall 1986.
- B. De Fornel : *"Alimentation des machines asynchrones "*  
Techniques de l'Ingénieur 1990.
- M. Lajoie Mazenc : *"L'alimentation et la commande des machines synchrones"*  
Journées Club EEA 1991.
- R. Chauprade, F. Milsant : *"Commande Electronique des moteurs à courant alternatif"*  
Eyrolles 1980.
- P. Ladoux, H. Foch, Y. Chéron : *"Analyse comparative des performances de deux redresseurs MLI de forte puissance"*.  
Colloque Nantes 3 Juillet 1992.