

SYSTEMES ELECTRONIQUES

Chapitre 11

Modélisation DC et AC des alimentations à découpage

T A B L E D E S M A T I E R E S

PAGE

| | | |
|------------|---|-----------|
| 11. | MODELISATION DC ET AC DES ALIMENTATIONS A DECOUPAGE | 1 |
| 11.1 | MODÉLISATION DC..... | 1 |
| 11.1.1 | <i>Généralités</i> | <i>1</i> |
| 11.1.2 | <i>Définition du modèle DC d'un transformateur</i> | <i>1</i> |
| 11.1.3 | <i>Exemple 1</i> | <i>4</i> |
| 11.1.4 | <i>Exemple 2</i> | <i>10</i> |
| 11.1.5 | <i>Exemple 3</i> | <i>15</i> |
| 11.2 | MODÉLISATION AC..... | 20 |
| 11.2.1 | <i>Introduction.....</i> | <i>20</i> |
| 11.2.2 | <i>Moyenne glissante du courant et de la tension pour une inductance</i> | <i>22</i> |
| 11.2.3 | <i>Moyenne du courant et de la tension pour un condensateur</i> | <i>24</i> |
| 11.2.4 | <i>Linéarisation des équations différentielles.....</i> | <i>26</i> |
| 11.2.5 | <i>Montage abaisseur de tension (Buck).....</i> | <i>29</i> |
| 11.2.6 | <i>Montage élévateur de tension (Boost).....</i> | <i>33</i> |
| 11.2.7 | <i>Montage à stockage inductif (Buck - Boost)</i> | <i>37</i> |
| 11.2.8 | <i>Fonction de transfert des alimentations à découpage de base en conduction continue</i> | <i>41</i> |
| 11.2.9 | <i>Modèle des alimentations à découpage sous forme canonique</i> | <i>43</i> |
| 11.2.10 | <i>Exemple : Modèle canonique d'une alimentation à stockage inductif.....</i> | <i>46</i> |
| 11.2.11 | <i>Synthèse de la forme canonique des alimentations à découpage étudiées.....</i> | <i>49</i> |

Bibliographie

11. MODELISATION DC ET AC DES ALIMENTATIONS A DECOUPAGE

11.1 MODÉLISATION DC

11.1.1 Généralités

Dans ce paragraphe, nous allons tenter de modéliser les diverses alimentations à découpage étudiées aux cours de Systèmes Électroniques par des circuits équivalents. Cette modélisation du mode de conduction continu doit permettre de calculer les tensions et courants moyens pour chaque maille, respectivement chaque nœud du circuit. De plus il est primordial de définir les pertes et par conséquent le rendement du système pour un point de fonctionnement donné. Afin de faciliter l'analyse d'un circuit, il est judicieux d'ignorer les ondulations de courant dans les inductances et les ondulations de tension aux bornes des capacités pour ne tenir compte que de la composante continue (DC) des signaux. L'introduction du transformateur DC est utilisée pour modéliser le comportement idéal des alimentations à découpage. Ce modèle, très simple doit donner une représentation correcte des relations liant tensions et courants. Le modèle peut également être réalisé en tenant compte des pertes telles que les chutes de tension dans les semiconducteurs, les pertes cuivre des inductances, etc ...

11.1.2 Définition du modèle DC d'un transformateur

Comme le montre la Figure 11-1 n'importe quelles alimentations à découpage contient trois parties principales, une entrée, une sortie et une commande. L'entrée, contrôlée par une commande est transformée afin de répondre aux critères de la charge. Dans le cas idéal, cette transformation est réalisée sans pertes, c'est-à-dire avec un rendement de 100%. On peut donc écrire

$$P_{in} = P_{out} \quad 11.1$$

ou

$$U_E \cdot I_E = U_S \cdot I_S \quad 11.2$$

Ces relations sont utilisables qu'en régime permanent. Durant les transitoires, l'énergie fournie à l'entrée peut être en partie stockée dans l'alimentation à découpage et donc les relations 11.1 et 11.2 ne sont plus applicables.

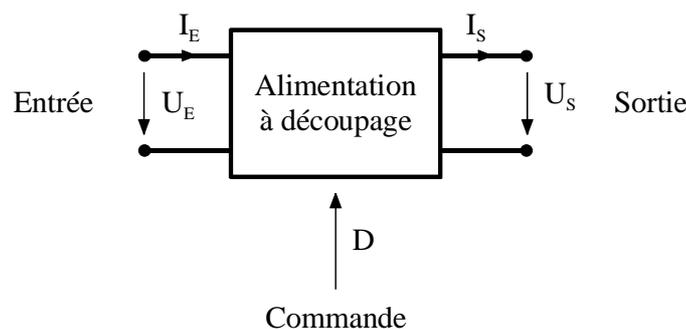


Figure 11-1 : Phase de transfert d'énergie

L'étude des alimentations à découpage à inductance simple, a démontré qu'il existe une relation liant la tension d'entrée à la tension de sortie, ceci en fonction du rapport cyclique D. On peut exprimer cette relation sous la forme

$$U_S = f(D) \cdot U_E \tag{11.3}$$

où f(D) représente la fonction de conversion en régime permanent. Par exemple f(D)=D pour le montage abaisseur de tension (Buck), f(D) = 1/(1-D) pour le montage élévateur de tension (Boost) et f(D) = -D/(1-D) pour le montage à stockage inductif (Buck – Boost). De façon générale, pour les alimentations à découpage idéales travaillant en mode de conduction continue et en régime permanent, il peut être montré que le rapport de conversion f(D) est indépendant de la charge. En substituant la relation 11.3 dans la relation 11.2, on peut également écrire

$$I_E = f(D) \cdot I_S \tag{11.4}$$

Les relations 11.3 et 11.4 montrent que les alimentations à découpage pourraient être modélisées par l'utilisation de sources dépendantes.

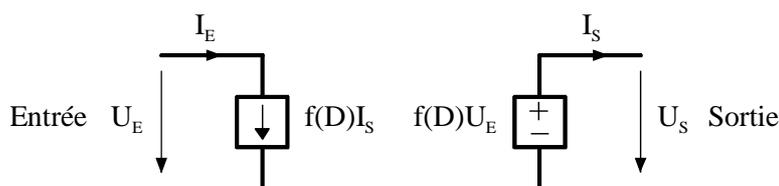


Figure 11-2 : Modélisation par des sources dépendantes

Un modèle équivalent tenant mieux compte des propriétés physiques des alimentations à découpage peut être obtenu en utilisant les relations 11.1 à 11.4 qui coïncident avec les équations régissant le comportement du transformateur idéal. En effet dans un transformateur idéal, la puissance fournie à l'entrée de celui-ci se retrouve à la sortie (relations 11.1 et 11.2). De même il existe une relation entre la tension d'entrée et la tension de sortie sous forme d'un rapport de transformation constant et indépendant de la charge (relation 11.3). Finalement, le rapport entre le courant de sortie et le courant d'entrée est le même que pour les tensions (relation 11.4)

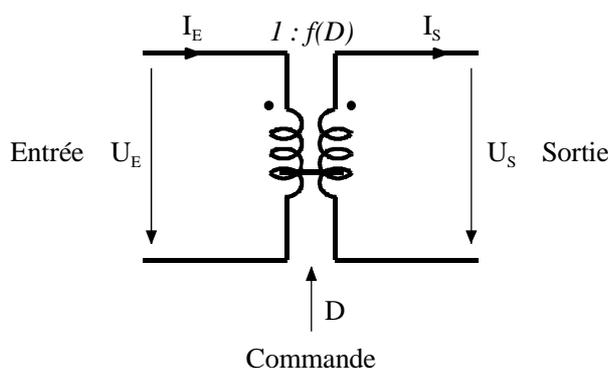


Figure 11-3 : Transformateur DC idéal

Ce symbole représente la transformation DC idéale des tensions et courants avec un rendement de 100% et donc le rapport de transformation est commandable à l'aide du rapport cyclique D . La ligne solide horizontale indique que cet élément est idéal et permet la transformation de grandeurs continues.

Les règles d'utilisation et de simplification des circuits contenant des transformateurs peuvent être sans autres utilisés pour la modélisation des alimentations à découpage.

Comme exemple, considérons le montage de la Figure 11-4 (a) dans lequel une résistance de charge R est connectée à la sortie de l'alimentation à découpage, et la source est modélisée par une source équivalente de Thévenin constituée d'une source de tension idéale U_1 et d'une résistance R_1 . L'alimentation à découpage est remplacée par le modèle du transformateur DC (Figure 11-4 (b)). La source de tension U_1 et la résistance R_1 peuvent ensuite être ramenée au secondaire du transformateur en multipliant la valeur de la tension de source par le rapport de transformation $f(D)$ et en multipliant la valeur de la résistance R_1 par le rapport de transformation au carré $f^2(D)$.

Le circuit peut maintenant être analysé. La relation suivante donne

$$U_s = f(D) \cdot U_1 \frac{R}{R + f^2(D) \cdot R_1} \tag{11.5}$$

Il apparaît donc évident que l'utilisation d'un transformateur DC est un puissant outil pour l'analyse et la compréhension des réseaux contenant des alimentations à découpage.

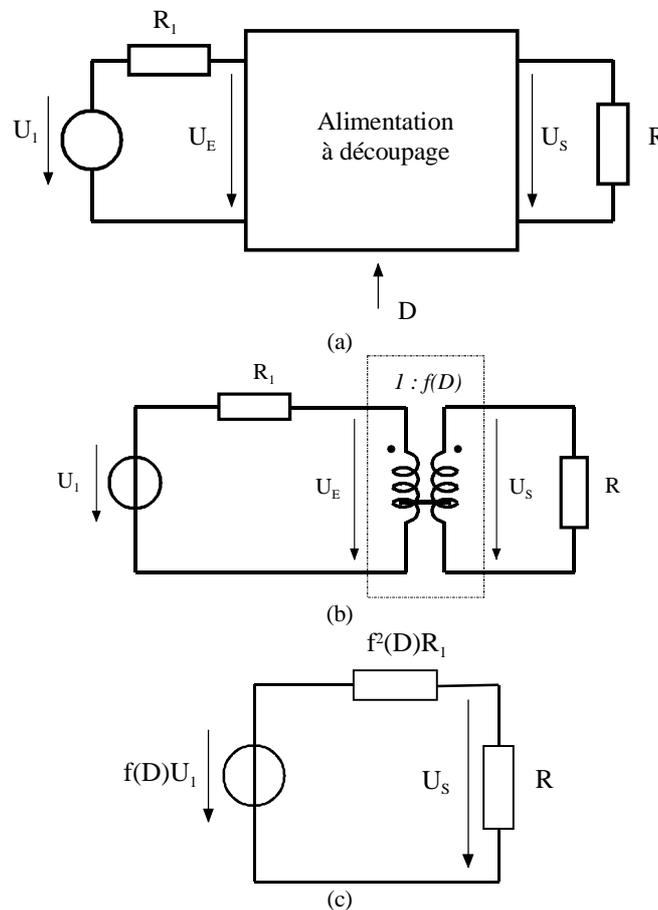


Figure 11-4 : Exemple d'utilisation du transformateur DC

11.1.3 Exemple 1

11.1.3.1 Insertion des pertes cuivre dans l'inductance d'un montage élévateur de tension

La modélisation par transformateur DC peut être étendue aux autres propriétés des alimentations à découpage. En effet il peut être nécessaire d'introduire une source de tension non idéale en insérant à sa sortie une résistance ou encore tenir compte des pertes cuivre d'une inductance.

Comme exemple, considérons les pertes globales de l'inductance placée dans un montage élévateur de tension. Pratiquement cette inductance est le siège de deux types de pertes

- Les pertes cuivre dues à la résistivités du fils de cuivre utilisé pour le bobinage
- Les pertes fer dues à la surface du cycle d'hystérèse ainsi que les pertes dues à la circulation d'un courant de Foucault dans le circuit magnétique

Un modèle intégrant les pertes cuivre est donné à la Figure 11-5. L'inductance réelle peut être représentée par une inductance idéale en série avec une résistance correspondant à la résistance du fils du bobinage.

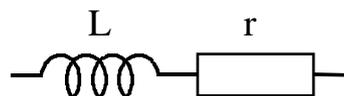


Figure 11-5 : Inductance avec insertion des pertes cuivre

Le modèle de l'inductance est ensuite inséré dans le montage élévateur de tension.

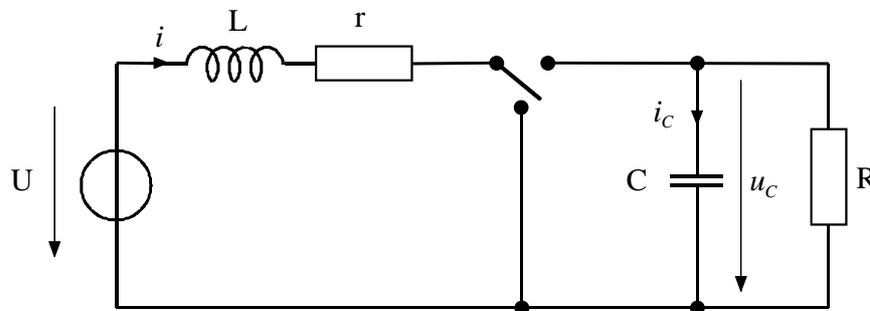
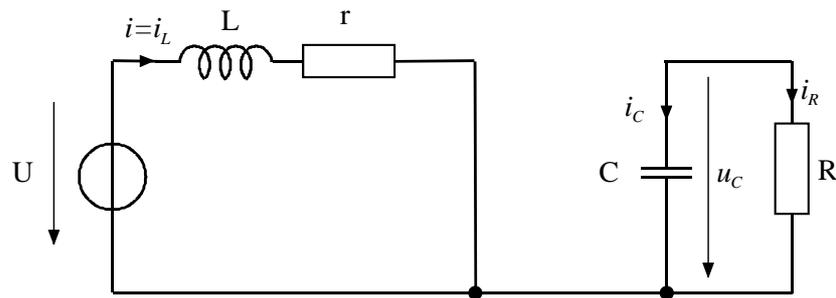


Figure 11-6 : Montage élévateur de tension avec pertes cuivre dans l'inductance

Le circuit peut maintenant être analysé en utilisant le principe de la valeur moyenne de tension nulle aux bornes de l'inductance, de la valeur moyenne de courant nulle dans le condensateur et en négligeant en première approximation l'ondulation de tension aux bornes du condensateur et l'ondulation de courant dans l'inductance. En décomposant le circuit en deux topologies en fonction de l'intervalle de conduction des contacteurs statiques, on obtient

11.1.3.2 Analyse du circuit par la méthode classique

Pour l'intervalle de temps $0 < t \leq DT_p$


 Figure 11-7 : $0 < t \leq DT_p$

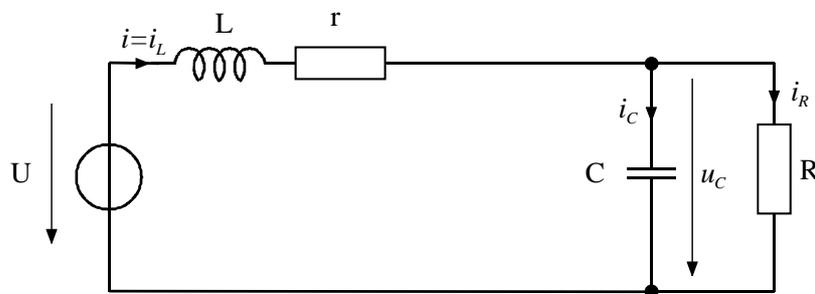
En valeur instantanée, on peut écrire

$$\begin{aligned} i_C(t) &= -i_R(t) = \frac{-u_C(t)}{R} \\ u_L(t) &= U - i(t) \cdot r \end{aligned} \quad 11.6$$

Et en faisant l'hypothèse que $i(t) \approx I$ et $u_C(t) \approx U_C$

$$\begin{aligned} i_C(t) &= \frac{-U_C}{R} \\ u_L(t) &= U - I \cdot r \end{aligned} \quad 11.7$$

Pour l'intervalle de temps $DT_p < t \leq T_p$


 Figure 11-8 : $DT_p < t \leq T_p$

En valeur instantanée, on peut écrire

$$\begin{aligned} i_C(t) &= i(t) - \frac{u_C(t)}{R} \\ u_L(t) &= U - i(t) \cdot r - u_C(t) \end{aligned} \quad 11.8$$

Et en faisant l'hypothèse que $i(t) \approx I$ et $u_C(t) \approx U_C$

$$\begin{aligned} i_C(t) &= I - \frac{U_C}{R} \\ u_L(t) &= U - I \cdot r - U_C \end{aligned} \quad 11.9$$

En utilisant le principe des valeurs moyennes pour la tension aux bornes de l'inductance et du courant moyen dans le condensateur

$$I_C = \int_0^{T_p} i_C(t) \cdot dt = D \cdot \left(\frac{-U_C}{R} \right) + (1-D) \cdot \left(I - \frac{U_C}{R} \right) = 0 \quad 11.10$$

$$U_L = \int_0^{T_p} u_L(t) \cdot dt = D \cdot (U - I \cdot r) + (1-D) \cdot (U - I \cdot r - U_C) = 0$$

Et après simplification

$$(1-D) \cdot I - \frac{U}{R} = 0 \quad 11.11$$

$$U - I \cdot r - (1-D) \cdot U_C = 0$$

De cette dernière relation, on peut écrire

$$\frac{U_C}{U} = \frac{(1-D)}{(1-D)^2 + \frac{r}{R}} \quad 11.12$$

avec une valeur maximale pour $D = 1 - \sqrt{\frac{r}{R}}$, soit

$$\frac{U_C}{U_{MAX}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{R}{r}} \quad 11.13$$

La Figure 11-9 illustre le rapport U_C/U pour diverses valeurs de R_L/R

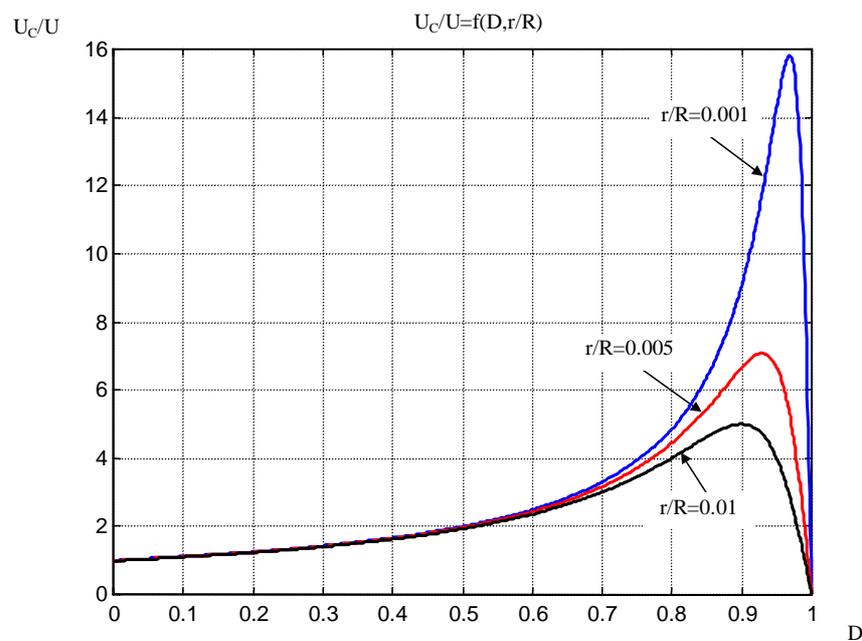


Figure 11-9 : Caractéristique statique $U_C/U = f(D)$ en conduction continue

11.1.3.3 Construction d'un modèle équivalent

Définissons le modèle utilisant le transformateur DC équivalent, ceci en tenant compte des pertes cuivre. Des relations du paragraphe précédent, nous en retiendrons deux afin de créer le modèle équivalent que nous cherchons

11.1.3.3.1 Tension aux bornes de l'inductance

La relation qui nous intéresse est celle d'une maille que nous pouvons écrire sous la forme

$$U_L = 0 = U - I \cdot r - (1 - D) \cdot U_C \tag{11.14}$$

Le circuit équivalent de cette relation peut être dessiné sous la forme suivante

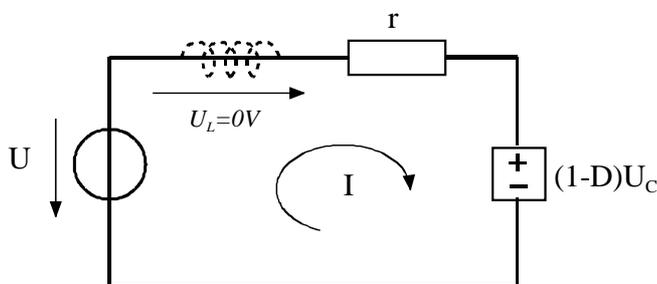


Figure 11-10 : Circuit équivalent d'entrée

11.1.3.3.2 Courant dans le condensateur

La relation qui nous intéresse est celle du nœud contenant une borne du condensateur

$$I_C = 0 = (1 - D) \cdot I - \frac{U_C}{R} \tag{11.15}$$

Ce qui donne le circuit équivalent suivant

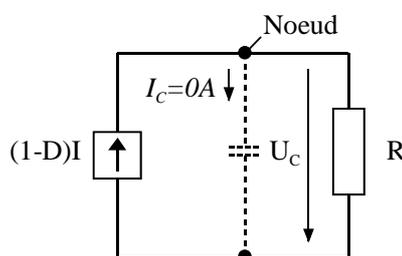


Figure 11-11 : Circuit équivalent de sortie

11.1.3.3.3 Circuit équivalent

Le pas suivant est la combinaison des Figure 11-10 et Figure 11-11 pour former un seul circuit.

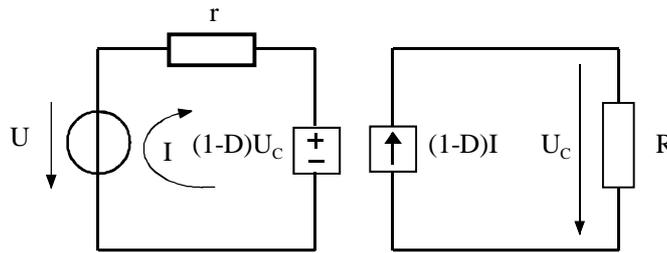


Figure 11-12 : Circuit équivalent de l'élevateur de tension

Le circuit peut encore être simplifié en utilisant le fait que les sources dépendantes de tension et de courant constituent un transformateur DC idéal. La source dépendante de tension $(1-D)U_c$ dépend de la tension de sortie U_c aux bornes de la source dépendante de courant. De même la source dépendante de courant $(1-D)I$ dépend du courant circulant dans la source dépendante de tension. Dans les deux cas, le coefficient de dépendance est identique et vaut $(1-D)$. Le fait que la source de tension apparaisse au primaire plutôt qu'au secondaire n'a aucune importance. La Figure 11-13 montre le circuit équivalent résultant. A noter que le rapport de transformation du transformateur DC idéal est inversé par rapport à celui défini à la Figure 11-3.

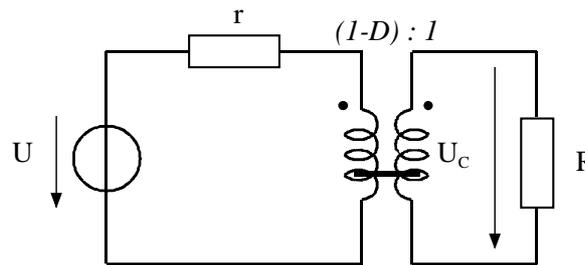


Figure 11-13 : Circuit équivalent du modèle du montage élévateur de tension (Boost)

Ce circuit équivalent peut être modifié. On peut par exemple rapporter les éléments du primaire au secondaire pour finalement obtenir le circuit de la Figure 11-14.

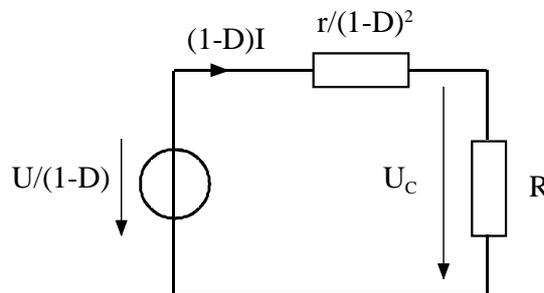


Figure 11-14 : Circuit équivalent simplifié du modèle du montage élévateur de tension (Boost)

11.1.3.3.4 Caractéristique statique

Avec ce circuit équivalent simplifié, il devient facile de déterminer la caractéristique statique $U_c/U = f(D,r,R)$.

$$U_c = \frac{U}{1-D} \cdot \frac{R}{R + \frac{r}{(1-D)^2}} = U \cdot \frac{(1-D)}{(1-D)^2 + \frac{r}{R}} \quad 11.16$$

Ce résultat est identique à celui défini par la relation 11.12. Le circuit peut également être rapporté au primaire afin de déterminer le courant moyen circulant dans l'inductance L. Dans ce cas, on peut écrire la relation

$$I = \frac{U}{r + (1-D)^2 \cdot R} \quad 11.17$$

11.1.3.3.5 Rendement

Le circuit équivalent permet également de calculer le rendement de l'ensemble en conduction continue.

$$\eta = \frac{P_S}{P_E} = \frac{U_c \cdot (1-D) \cdot I}{U \cdot I} = \frac{U_c}{U} \cdot (1-D) \quad 11.18$$

En substituant U_c/U par la relation 11.16, on obtient finalement

$$\eta = \frac{P_S}{P_E} = \frac{(1-D)^2}{(1-D)^2 + \frac{r}{R}} \quad 11.19$$

La Figure 11-12 illustre le rendement du montage élévateur de tension pour diverses valeurs du rapport r/R .

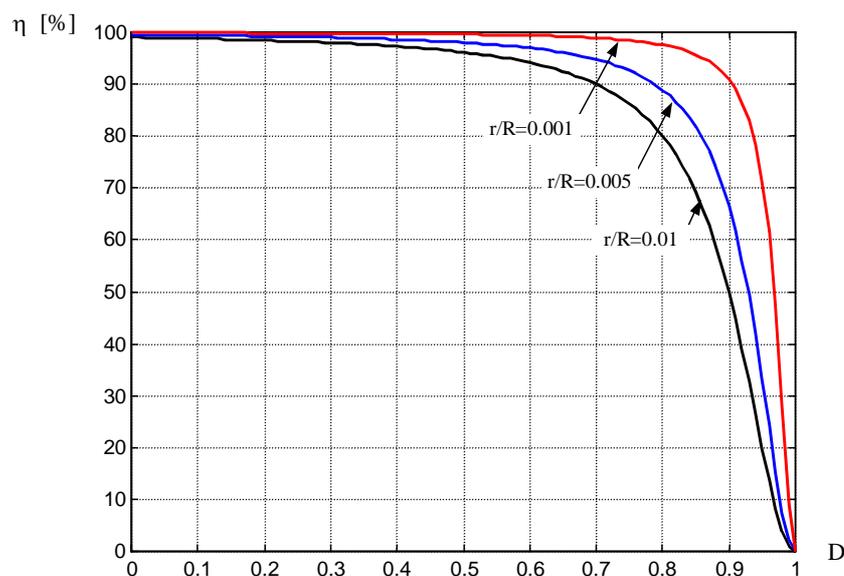


Figure 11-15 : Rendement en conduction continue

On voit que le rendement maximum est fortement diminué en fonction du rapport entre la résistance série équivalente de l'inductance et la résistance équivalente de la charge. Dans la réalité, il faudra encore tenir compte des pertes de commutation et de conduction des semiconducteurs de puissance.

11.1.4 Exemple 2

11.1.4.1 Insertion des pertes de conduction des semiconducteurs dans un montage élévateur de tension.

Dans cet exemple, on considère un montage élévateur de tension dans lequel on intègre les pertes de conduction des semiconducteurs en présence. La chute de tension aux bornes d'un MOSFET ou d'un transistor bipolaire peut être modélisée par une résistance de passage R_{on} . Par contre pour une diode ou un IGBT une source de tension U_D plus une résistance de passage R_D conduiront à une meilleure précision du modèle. Dans ce dernier cas, la résistance de passage peut être omise si l'alimentation à découpage travaille sur un point de fonctionnement.

En admettant l'utilisation d'un MOSFET, on obtiendra la structure définie à la Figure 11-16

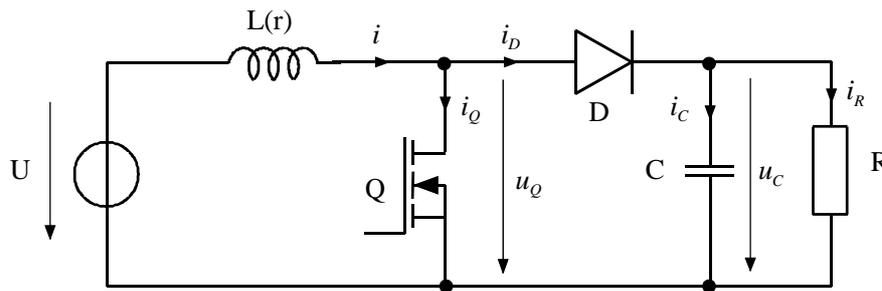


Figure 11-16 : Montage élévateur de tension

11.1.4.1.1 Intervalle de temps $0 < t \leq DT_p$

Lorsque le transistor MOSFET est fermé, la diode se trouve polarisée négativement et le circuit se résume à la forme illustrée à la Figure 11-17

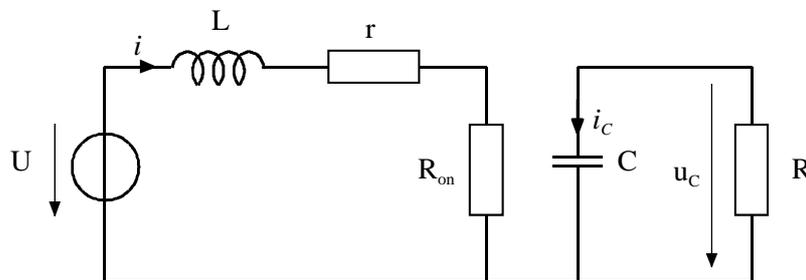


Figure 11-17: $0 < t \leq DT_p$

Dans cet intervalle, on peut écrire les relations

$$u_L(t) = U - i(t) \cdot r - i(t) \cdot R_{on} \cong U - I \cdot r - I \cdot R_{on}$$

$$i_C(t) = -\frac{u_C(t)}{R} = -\frac{U_C}{R}$$

11.20

11.1.4.1.2 Intervalle de temps $DT_p < t \leq T_p$

Lorsque le transistor est ouvert, la diode se trouve polarisée dans le sens passant et le circuit se résume à la forme illustrée à la Figure 11-18

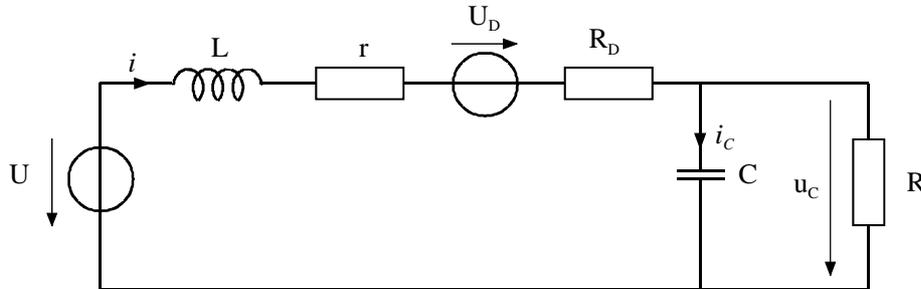


Figure 11-18 : $DT_p < t \leq T_p$

Dans cet intervalle on peut écrire les relations

$$\begin{aligned}
 u_L(t) &= U - i(t) \cdot r - U_D - R_D \cdot i(t) - u_C(t) \cong U - I \cdot r - U_D - I \cdot R_D - U_C \\
 i_C(t) &= i(t) - \frac{u_C(t)}{R} = I - \frac{U_C}{R}
 \end{aligned}
 \tag{11.21}$$

11.1.4.1.3 Circuit équivalent d'entrée

En moyennant les relations 11.20 et 11.21 des deux intervalles de commutation du MOSFET pour la tension aux bornes de l'inductance, on obtient la relation

$$\begin{aligned}
 U_L &= D \cdot (U - I \cdot r - I \cdot R_{on}) + (1-D)(U - I \cdot r - U_D - I \cdot R_D - U_C) \\
 &= U - I \cdot r - I \cdot D \cdot R_{on} - (1-D) \cdot U_D - I \cdot (1-D) \cdot R_D - (1-D) \cdot U_C = 0
 \end{aligned}
 \tag{11.22}$$

Cette relation décrit la composante DC de la maille contenant l'inductance avec un courant de maille correspondant au courant DC dans cette inductance. Le circuit équivalent de cette maille est illustrée à la Figure 11-19.

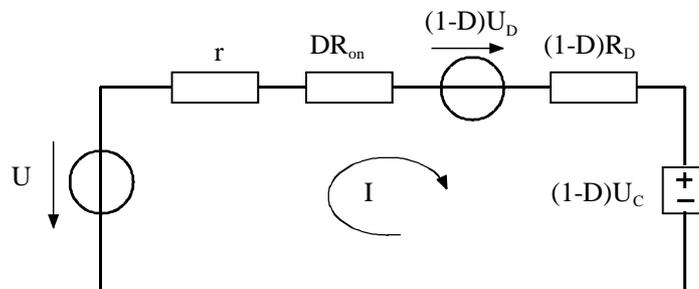


Figure 11-19 : Circuit équivalent d'entrée

11.1.4.1.4 Circuit équivalent de sortie

En moyennant les relations 11.20 et 11.21 des deux intervalles de commutation du MOSFET pour le courant circulant dans le condensateur, on obtient la relation

$$I_c = D \cdot \left(-\frac{U_c}{R}\right) + (1-D) \cdot \left(I - \frac{U_c}{R}\right) = 0 \tag{11.23}$$

Cette relation décrit la composante DC du nœud contenant une borne du condensateur. Le circuit équivalent de cette maille est illustrée à la Figure 11-20

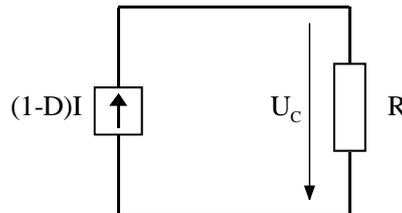


Figure 11-20 : Circuit équivalent de sortie

11.1.4.1.5 Circuit équivalent

Les circuits équivalent d'entrée et de sortie peuvent être réunis pour former le circuit équivalent global du montage élévateur de tension. La Figure 11-21 montre ce circuit équivalent global.

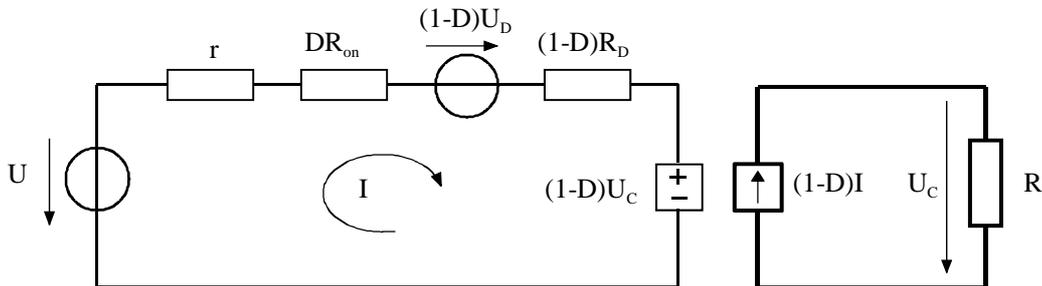


Figure 11-21 : Circuit équivalent de l'élévateur de tension

La Figure 11-21 peut, à partir des critères définis au § 11.1.3.3.3, être modifiée afin de profiter des relations régissant le comportement d'un transformateur DC.

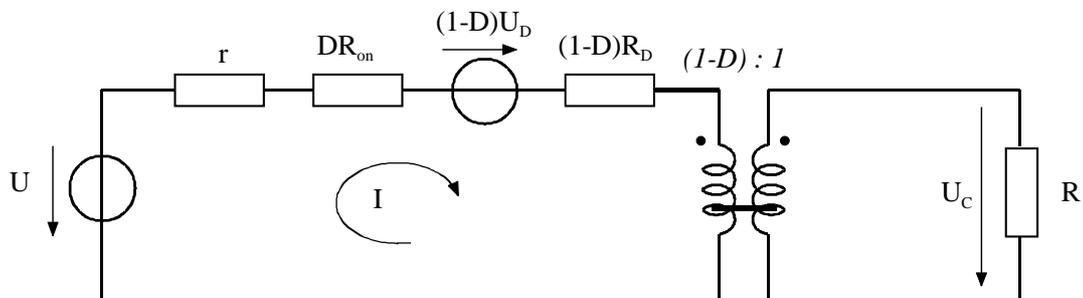


Figure 11-22 : Circuit équivalent du modèle du montage élévateur de tension (Boost)

et finalement en rapportant le secondaire du transformateur au primaire, le schéma équivalent final prend la forme suivante

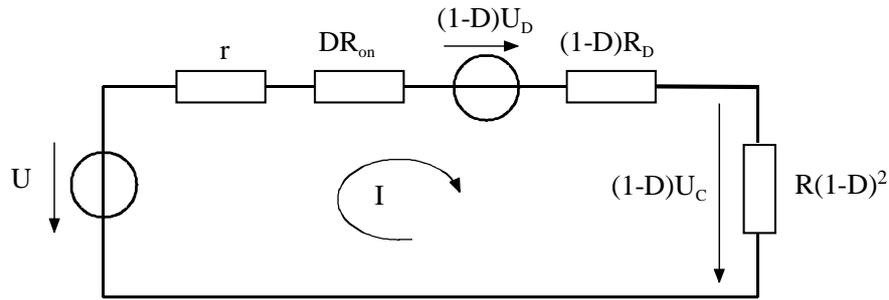


Figure 11-23 : Circuit équivalent du modèle du montage élévateur de tension (Boost)

11.1.4.1.6 Caractéristique statique

A l'aide de la Figure 11-22, on peut écrire

$$U_C = \frac{1}{1-D} \cdot (U - (1-D) \cdot U_D) \cdot \left(\frac{(1-D)^2 \cdot R}{(1-D)^2 \cdot R + r + D \cdot R_{on} + (1-D) \cdot R_D} \right) \quad 11.24$$

Puis en divisant par U

$$\frac{U_C}{U} = \frac{1}{1-D} \cdot \left(1 - (1-D) \cdot \frac{U_D}{U} \right) \cdot \left(\frac{1}{1 + \frac{r + D \cdot R_{on} + (1-D) \cdot R_D}{(1-D)^2 \cdot R}} \right) \quad 11.25$$

Cette dernière relation montre que l'effet des pertes de conduction des semiconducteurs (U_D , R_{on} , et R_D) ainsi que la résistance équivalente série de l'inductance (r) provoquent une diminution de la tension de sortie pour un rapport cyclique donné.

11.1.4.1.7 Rendement

Le rendement du montage élévateur de tension devient

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{P_S}{P_E} = \frac{U_C (1-D) \cdot I}{U \cdot I} = \frac{U_C}{U} \cdot (1-D) \\ &= \frac{1 - (1-D) \cdot \frac{U_D}{U}}{1 + \frac{r + D \cdot R_{on} + (1-D) \cdot R_D}{(1-D)^2 \cdot R}} \end{aligned} \quad 11.26$$

De cette relation, on peut voir que pour obtenir un rendement élevé, il faut les conditions suivantes

$$\begin{aligned} \frac{U}{1-D} &\gg U_D \\ (1-D)^2 \cdot R &\gg r + D \cdot R_{on} + (1-D) \cdot R_D \end{aligned} \quad 11.27$$

11.1.4.2 Remarques sur la précision du modèle

Il peut paraître étrange que le modèle équivalent de la Figure 11-22 contienne les résistances effectives DR_{on} et $(1-D)R_D$, lesquelles varient avec le rapport cyclique D . La raison de cette dépendance est que les résistances de passage des semiconducteurs sont actives que lorsque les semiconducteurs respectifs sont conducteurs. Par exemple pour $D=0$, le MOSFET ne conduit jamais et dès lors la résistance effective DR_{on} disparaît du modèle.

Le circuit équivalent montre également que la puissance dissipée dans le MOSFET vaut I^2DR_{on} . Dans la réalité, les pertes de conduction du MOSFET valent I^2R_{on} lorsque le MOSFET conduit et zéro lorsqu'il est bloqué. Puisque le MOSFET conduit avec un rapport cyclique D , les pertes de conduction moyenne sont bien I^2DR_{on} , ce qui correspond avec le modèle.

En général, pour calculer les pertes dans une résistance R , il faut calculer la valeur efficace du courant I_{RMS} dans la résistance plutôt que la valeur moyenne. La puissance moyenne est alors donnée par I_{RMS}^2R . Néanmoins, le modèle défini sur des valeurs moyennes de la Figure 11-22 donne une bonne estimation des puissances dissipées si l'on admet que l'ondulation du courant dans l'inductance est faible.

En effet, on peut admettre que pour la détermination des courants efficaces on peut négliger l'ondulation de courant dans les inductances. On peut montrer que

- pour un courant continu avec ondulation superposée à croissance et décroissance linéaire

$$I_{(rms)} = I \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{\Delta i}{I}\right)^2} \tag{11.28}$$

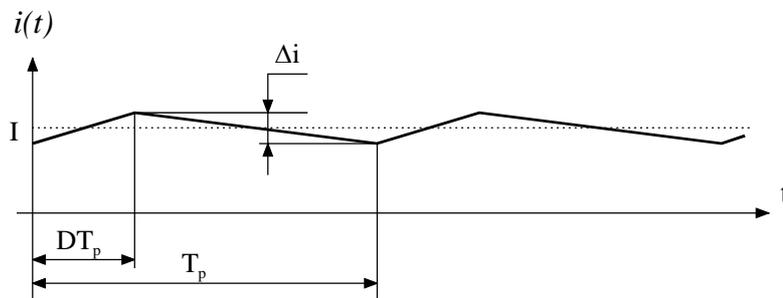


Figure 11-24 : Courant continu avec ondulation superposée

- pour un courant pulsé avec croissance linéaire du courant

$$I_{(rms)} = I \cdot \sqrt{D} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{\Delta i}{I}\right)^2} \tag{11.29}$$

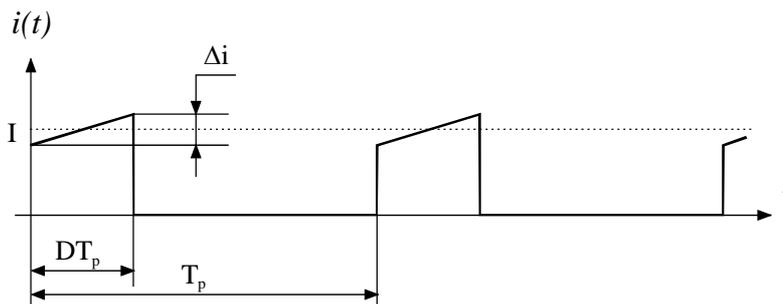


Figure 11-25 : Courant pulsé avec ondulation superposée

Le tableau comparatif ci-dessous permet d'estimer l'erreur faite lorsque l'on s'affranchit de l'ondulation superposée

| Ondulation de courant rapportée au courant I | Courant continu avec ondulation | Courant pulsé |
|--|---------------------------------|----------------------------------|
| $\Delta i = 0 \cdot I$ | I | $\sqrt{D} \cdot I$ |
| $\Delta i = 0.2 \cdot I$ | $1.00167 \cdot I$ | $1.00167 \cdot \sqrt{D} \cdot I$ |
| $\Delta i = 0.5 \cdot I$ | $1.01036 \cdot I$ | $1.01036 \cdot \sqrt{D} \cdot I$ |
| $\Delta i = 1 \cdot I$ | $1.04083 \cdot I$ | $1.04083 \cdot \sqrt{D} \cdot I$ |
| $\Delta i = 2 \cdot I$ | $1.15470 \cdot I$ | $1.15470 \cdot \sqrt{D} \cdot I$ |

Tableau 11-1 Comparaison entre valeurs moyennes et valeurs efficaces

11.1.5 Exemple 3

11.1.5.1 Montage Flyback en conduction continue

Dans cet exemple, on considère le montage Flyback idéalisé, c'est-à-dire sans pertes. La Figure 11-26 illustre le montage en question

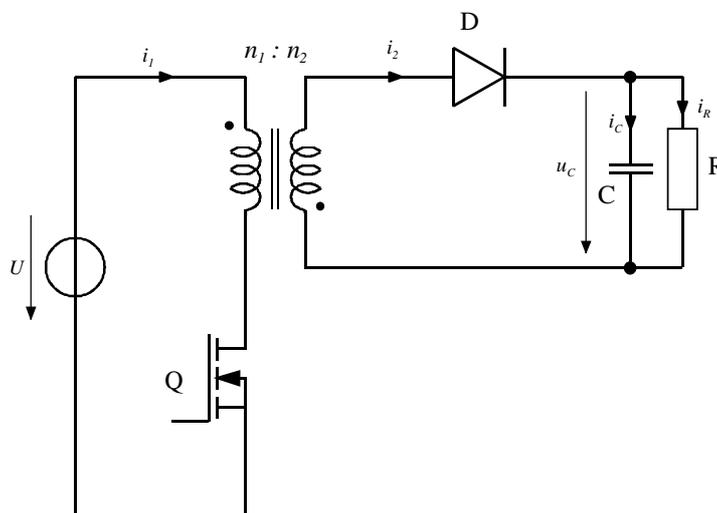


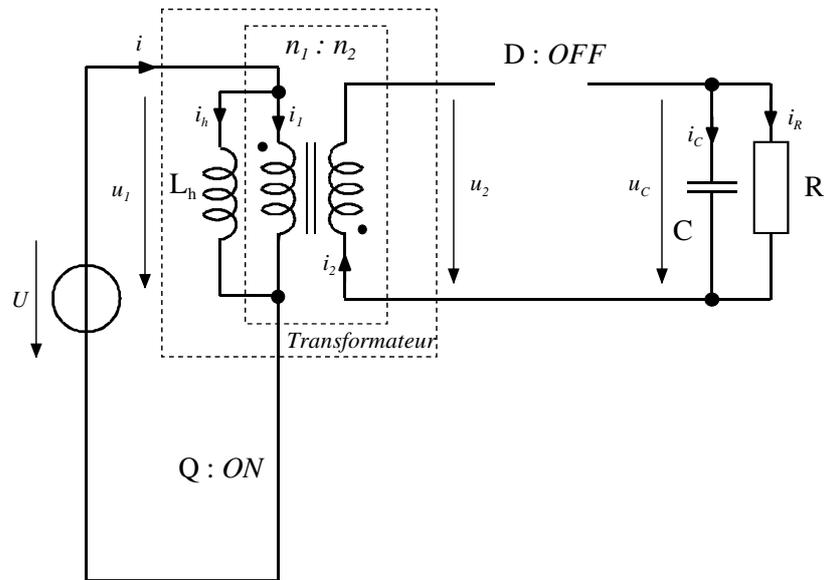
Figure 11-26 : Montage Flyback

11.1.5.1.1 Intervalle de temps $0 < t \leq DT_p$

Lorsque le transistor MOSFET est fermé, la diode se trouve polarisée négativement et le circuit se résume à la forme illustrée à la Figure 11-27

Dans cet intervalle, on peut écrire les relations

$$\begin{aligned}
 u_L(t) &= U \\
 i_C(t) &= -\frac{u_C(t)}{R} \cong -\frac{U_C}{R} \\
 i(t) &= i_h(t) \cong I_h
 \end{aligned}
 \tag{11.30}$$


 Figure 11-27: $0 < t \leq DT_p$

11.1.5.1.2 Intervalle de temps $DT_p < t \leq T_p$

Lorsque le transistor est ouvert, la diode se trouve polarisée dans le sens passant et le circuit se résume à la forme illustrée à la Figure 11-28

Dans cet intervalle on peut écrire les relations

$$\begin{aligned}
 u_L(t) &= -u_C(t) \cdot \frac{n_1}{n_2} \cong -U_C \cdot \frac{n_1}{n_2} \\
 i_C(t) &= i_h(t) \cdot \frac{n_1}{n_2} - \frac{u_C(t)}{R} = I_h \cdot \frac{n_1}{n_2} - \frac{U_C}{R} \\
 i_1(t) &= 0
 \end{aligned}
 \tag{11.31}$$

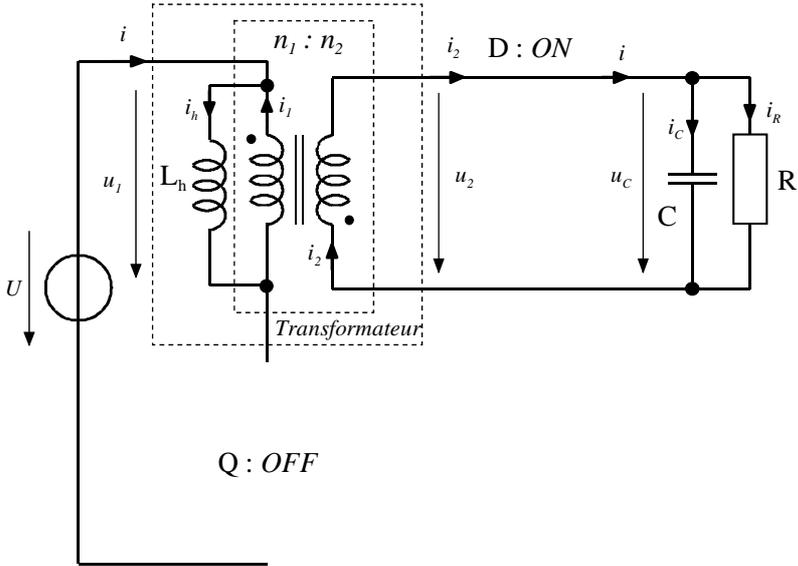


Figure 11-28 : $DT_p < t \leq T_p$

11.1.5.1.3 Tension aux bornes de l'inductance

La relation qui nous intéresse est celle d'une maille que nous pouvons écrire sous la forme

$$U_L = 0 = D \cdot U - (1-D) \cdot U_c \cdot \frac{n_1}{n_2} \quad 11.32$$

Ce qui permet d'écrire

$$D \cdot U = (1-D) \cdot \frac{n_1}{n_2} \cdot U_c \quad 11.33$$

Le circuit équivalent de cette relation peut être dessiné sous la forme suivante

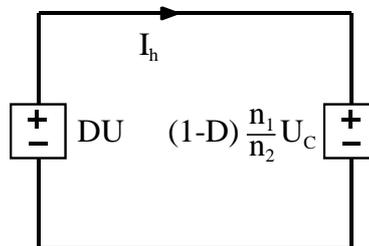


Figure 11-29 : Circuit équivalent intermédiaire

11.1.5.1.4 Courant dans le condensateur

La relation qui nous intéresse est celle du nœud contenant une borne du condensateur

$$I_c = 0 = D \cdot \frac{-U_c}{R} + (1-D) \cdot \left(I_h \cdot \frac{n_1}{n_2} - \frac{U_c}{R} \right) \quad 11.34$$

Ce qui permet d'écrire

$$(1-D) \cdot \frac{n_1}{n_2} I_h = \frac{U_c}{R} \quad 11.35$$

Ce qui donne le circuit équivalent suivant

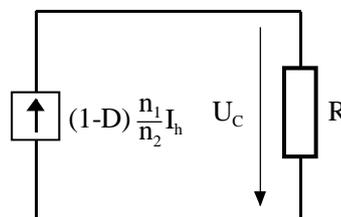


Figure 11-30 : Circuit équivalent de sortie

11.1.5.1.5 Circuit équivalent d'entrée

Les relations 11.33 et 11.35 ne permettent pas la réalisation complète du circuit équivalent, en effet il manque une source de courant équivalente au terme DU de la relation. Il s'agit maintenant de définir une relation pour le courant de la source primaire. Des relations 11.30 et 11.31 on peut écrire pour le courant moyen de la source primaire

$$I_1 = DI_h$$

11.36

Ce qui permet de définir le circuit équivalent d'entrée

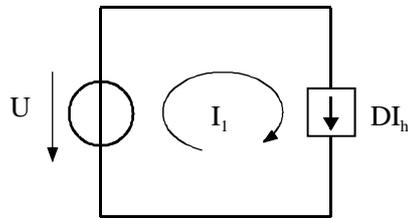


Figure 11-31 : Circuit équivalent d'entrée

11.1.5.1.6 Circuit équivalent

Le pas suivant est la combinaison des Figure 11-29, Figure 11-30 et Figure 11-31 pour former un seul circuit.

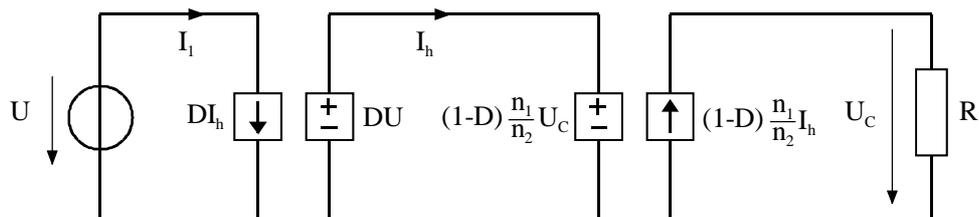


Figure 11-32 : Circuit équivalent du montage Flyback

De la Figure 11-32, on en déduit le modèle équivalent avec transformateur DC

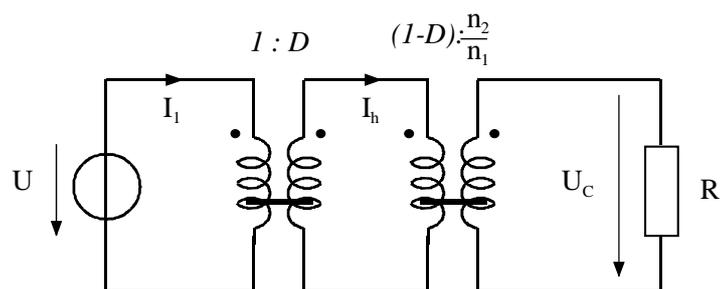


Figure 11-33 : Circuit équivalent du montage Flyback avec transformateur DC

11.2 MODÉLISATION AC

11.2.1 Introduction

Les alimentations à découpage sont, dans la majeure partie des applications, intégrées dans une boucle d'asservissement. En effet, il s'agit de maintenir la tension de sortie constante, quelles que soient les variations de la tension d'entrée $u(t)$ ou les variations de charge. Cette exigence est accomplie en contrôlant la tension de sortie à l'aide d'une commande permettant une variation du rapport cyclique $d(t)$ de telle manière à ce que la tension de sortie $u_c(t)$ soit proportionnelle à une tension de référence $u_{ref}(t)$. La Figure 11-34 illustre un tel asservissement à partir d'une topologie d'alimentation abaisseuse de tension.

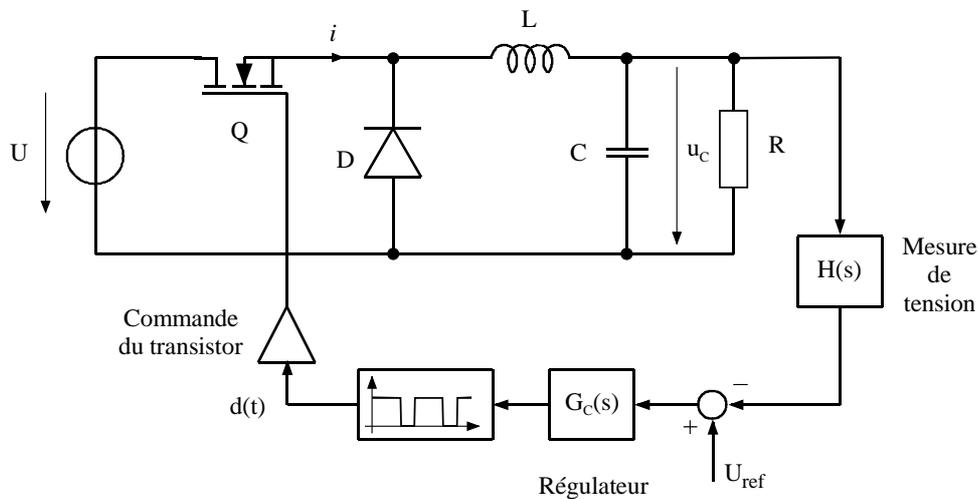


Figure 11-34 : Alimentation abaisseuse de tension avec boucle d'asservissement

La boucle de contre-réaction doit être dimensionnée de manière à ce que la sortie soit régulée de manière précise selon les spécifications requises. Il s'agit également de contrôler le temps d'établissement à l'enclenchement, la stabilité lors de perturbation rapide, etc ...

Pour dimensionner la boucle d'asservissement, nous avons besoin de connaître le modèle dynamique de l'alimentation à découpage utilisée.

Dans le cas de la conduction continue, l'étude du comportement dynamique peut être réalisée en utilisant une méthode assez similaire à celle développée pour la modélisation DC au § 11.1.

Dans la modélisation que nous allons effectuer, nous allons nous attacher à définir ce qui doit être pris en compte et ce qui peut être négligé. En effet un modèle mathématique complet conduit à des relations non linéaires qui, pour des raisons évidentes de réalisation pratique, ne peuvent être utilisées telles quelles. Par contre avec des approximations judicieuses, il est possible d'obtenir un modèle dynamique permettant une bonne compréhension des phénomènes et par-là même la possibilité de réaliser un asservissement.

11.2.1.1 Réponse en boucle ouverte

En imposant un rapport cyclique $d(t)$ variant de manière sinusoïdale dans le temps,

$$d(t) = D + D_m \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_m \cdot t) \tag{11.37}$$

et en faisant l'hypothèse que la fréquence de modulation f_m est très inférieure à la fréquence de pulsation f_p , la commande du transistor et ainsi que la tension de sortie $u_c(t)$ prennent la forme illustrée à la Figure 11-35.

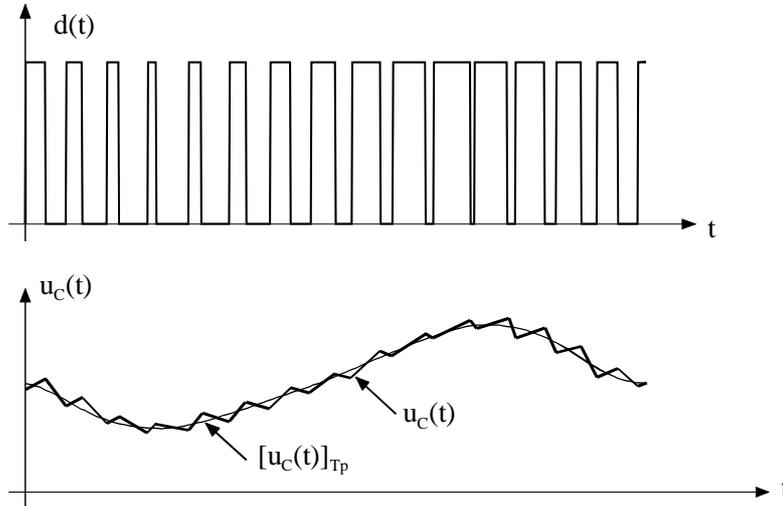


Figure 11-35 : Réponse en boucle ouverte

Le spectre fréquentiel de la tension de sortie est représenté à la Figure 11-36.

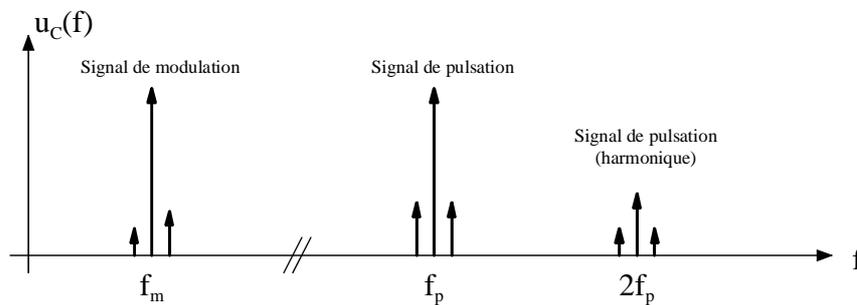


Figure 11-36 : Spectre fréquentiel de la tension de sortie $u_c(t)$

Ce spectre contient une composante à la fréquence de pulsation ainsi que ces harmoniques plus quelques composantes latérales. Ces composantes sont faibles en amplitude si l'ondulation de tension est faible. En plus, le spectre contient également une composante basse fréquence, à la fréquence de modulation f_m . L'amplitude et la phase de cette composante dépendent non seulement de la variation du rapport cyclique mais également de la réponse en fréquence de l'alimentation à découpage. Si nous négligeons l'ondulation de la tension de sortie, seule la composante basse fréquence reste.

L'objectif de la modélisation AC est de décrire cette composante basse fréquence. En travaillant avec des moyennes glissantes sur une période de pulsation, on supprime les ondulations à la fréquence de pulsation. En effet, la moyenne glissante jouant le rôle de filtre passe-bas. Notons que si la moyenne glissante est constante on se trouve dans le cas du régime permanent, dans le cas contraire, on ne peut plus annuler la tension moyenne aux bornes d'une inductance et le courant moyen dans un condensateur. Une variation de la valeur moyenne glissante entraîne donc une variation autour d'un point d'équilibre.

Comme dans tout système non linéaire, l'étude du comportement dynamique se fait par une linéarisation de la caractéristique autour d'un point de fonctionnement. La Figure 11-37 illustre ce propos

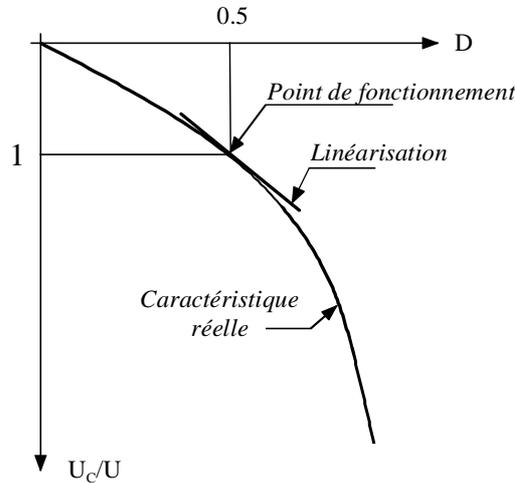


Figure 11-37 : Linéarisation d'une fonction autour d'un point de fonctionnement

11.2.2 Moyenne glissante du courant et de la tension pour une inductance

Faisons l'hypothèse que la tension aux bornes d'une inductance varie entre les deux valeurs suivantes

- dans l'intervalle $n \cdot T_p \leq t < (n + d) \cdot T_p$

$u_1^{[T_p]}(t)$: valeur moyenne de $u_1(t)$ sur un intervalle de temps T_p

$$u_1^{[T_p]}(t) = \frac{1}{T_p} \int_t^{t+T_p} u_1(t) \cdot dt$$

- dans l'intervalle $(n + d) \cdot T_p \leq t < (n + 1) \cdot T_p$

$u_2^{[T_p]}(t)$: valeur moyenne de $u_2(t)$ sur un intervalle de temps T_p

$$u_2^{[T_p]}(t) = \frac{1}{T_p} \int_t^{t+T_p} u_2(t) \cdot dt$$

La Figure 11-38 illustre ce cas de fonctionnement

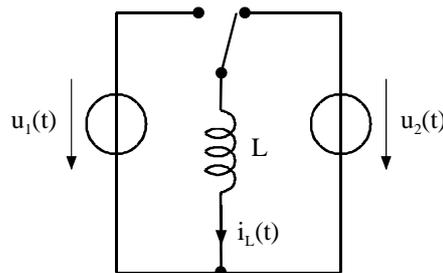


Figure 11-38 : Commutation de deux sources de tension sur une inductance

La moyenne glissante de la tension $u_L(t)$ aux bornes de l'inductance s'écrit

$$u_L^{[T_p]}(t) = \frac{1}{T_p} \int_t^{t+T_p} u_L(\tau) \cdot d\tau = d(t) \cdot u_1^{[T_p]}(t) + (1-d(t)) \cdot u_2^{[T_p]}(t) \tag{11.38}$$

La partie de droite de cette relation ne contient aucune harmoniques dues à la commutation. Elle modélise uniquement la composante basse fréquence de la tension aux bornes de l'inductance

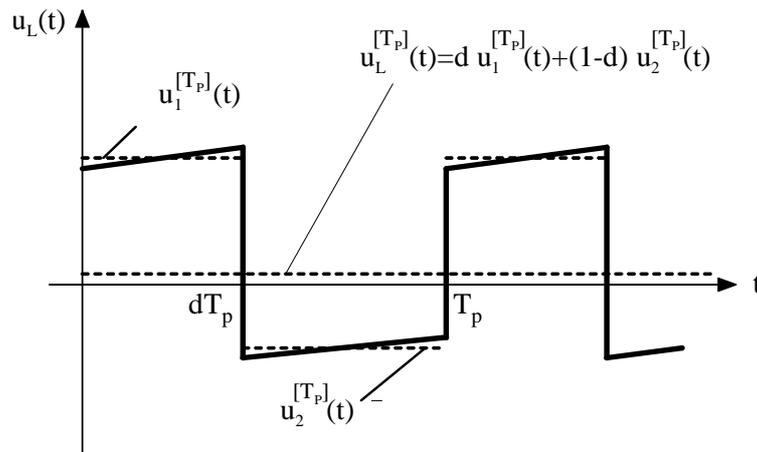


Figure 11-39 : Tension aux bornes de l'inductance

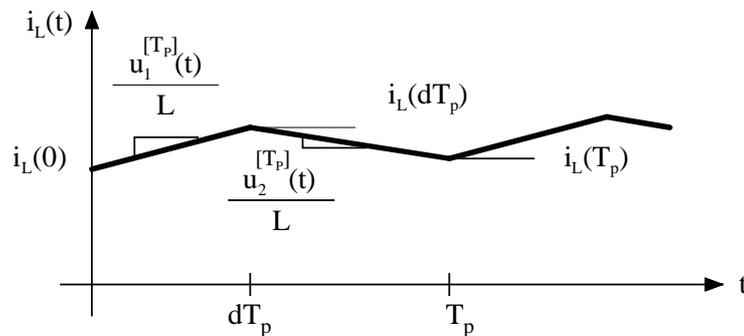


Figure 11-40 : Courant circulant dans l'inductance

On a également la relation liant les valeurs moyennes de la tension aux bornes de l'inductance au courant que la traverse

$$L \cdot \frac{di_L^{[T_p]}(t)}{dt} = u_L^{[T_p]}(t) \tag{11.39}$$

Finalement on peut écrire

$$L \cdot \frac{di_L^{[T_p]}(t)}{dt} = d(t) \cdot u_1^{[T_p]}(t) + (1-d(t)) \cdot u_2^{[T_p]}(t) \tag{11.40}$$

Cette relation peut être illustrée par la Figure 11-41

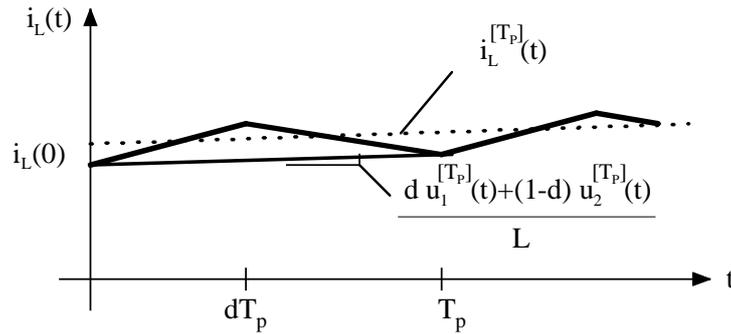


Figure 11-41 : Mise en évidence de la variation de courant dans l'inductance

11.2.3 Moyenne du courant et de la tension pour un condensateur

Faisons l'hypothèse que le courant aux bornes du condensateur varie entre les deux valeurs suivantes

- dans l'intervalle $n \cdot T_p \leq t < (n + d) \cdot T_p$

$i_1^{[T_p]}(t)$: valeur moyenne de $i_1(t)$ sur un intervalle de temps T_p

$$i_1^{[T_p]}(t) = \frac{1}{T_p} \int_t^{t+T_p} i_1(t) \cdot dt$$

- dans l'intervalle $(n + d) \cdot T_p \leq t < (n + 1) \cdot T_p$

$i_2^{[T_p]}(t)$: valeur moyenne de $i_2(t)$ sur un intervalle de temps T_p

$$i_2^{[T_p]}(t) = \frac{1}{T_p} \int_t^{t+T_p} i_2(t) \cdot dt$$

La Figure 11-42 illustre ce cas de fonctionnement

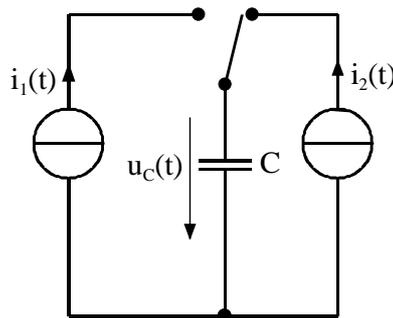


Figure 11-42 : Commutation de deux sources de courant sur un condensateur

La moyenne glissante du courant $i_C(t)$ aux bornes du condensateur s'écrit

$$i_C^{[T_p]}(t) = \frac{1}{T_p} \int_t^{t+T_p} i_C(\tau) \cdot d\tau = d(t) \cdot i_1^{[T_p]}(t) + (1-d(t)) \cdot i_2^{[T_p]}(t). \tag{11.41}$$

Comme pour la moyenne de la tension aux bornes d'une inductance, cette relation ne contient aucune harmoniques dues à la commutation. Elle modélise uniquement la composante basse fréquence du courant circulant dans le condensateur.

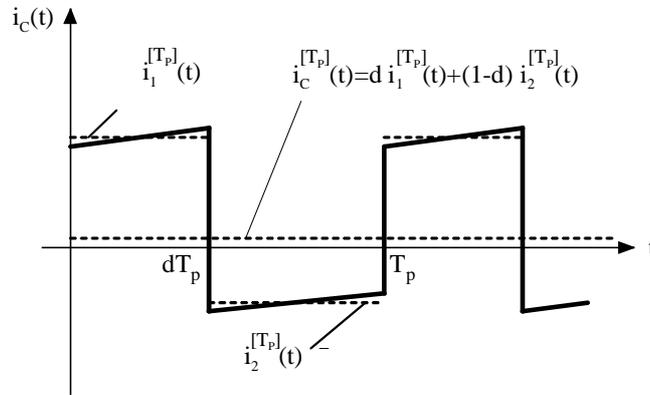


Figure 11-43 : Courant traversant le condensateur

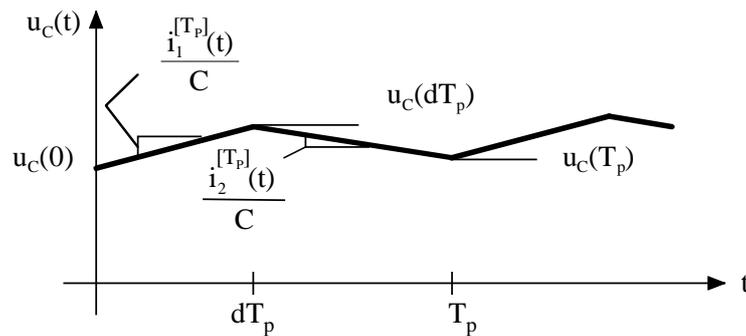


Figure 11-44 : Tension aux bornes du condensateur

On a également la relation liant les valeurs moyennes glissantes du courant traversant le condensateur à la tension à ses bornes

$$C \cdot \frac{du_c^{[T_p]}(t)}{dt} = i_c^{[T_p]}(t) . \tag{11.42}$$

Finalement on peut écrire

$$C \cdot \frac{du_c^{[T_p]}(t)}{dt} = d(t) \cdot i_1^{[T_p]}(t) + (1-d(t)) \cdot i_2^{[T_p]}(t) \tag{11.43}$$

Cette relation peut être illustrée par la Figure 11-45

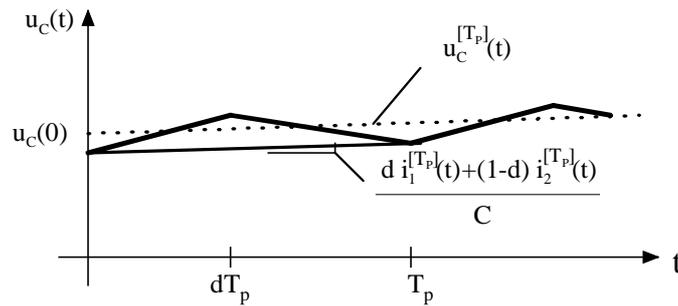


Figure 11-45 : Mise en évidence de la variation de la tension aux bornes du condensateur

11.2.4 Linéarisation des équations différentielles.

Les relations 11.40 et 11.43 sont non linéaires car elles contiennent la multiplication de variables dépendantes du temps. Par exemple, le courant dans le condensateur dépend du produit de la variable de commande $d(t)$ par la composante $i_1^{[Tp]}(t)$. Cette multiplication est un processus non linéaire générant des harmoniques. La plupart des techniques d'analyse telles que la transformée de Laplace ne sont pas utilisables pour des systèmes non linéaires. Il est donc nécessaire de linéariser les relations 11.40 et 11.43 en construisant un modèle pour petits signaux.

Sachant que l'alimentation à découpage travaille autour d'un point de fonctionnement, on peut écrire

$$\begin{aligned}
 u_1^{[Tp]}(t) &= U_1 + \tilde{u}_1(t) \\
 u_2^{[Tp]}(t) &= U_2 + \tilde{u}_2(t) \\
 i_1^{[Tp]}(t) &= I_1 + \tilde{i}_1(t) \\
 i_2^{[Tp]}(t) &= I_2 + \tilde{i}_2(t) \\
 d(t) &= D + \tilde{d}(t)
 \end{aligned}
 \tag{11.44}$$

où les signaux $\tilde{u}_1(t), \tilde{u}_2(t), \tilde{i}_1(t), \tilde{i}_2(t), \tilde{d}(t)$ sont des signaux AC de faibles amplitudes (variation de la moyenne sur T_p) superposés aux valeurs continues définissant le point de fonctionnement.

En réponse aux entrées, les moyennes de la tension aux bornes du condensateur et du courant dans l'inductance prendront la forme

$$\begin{aligned}
 u_L^{[Tp]}(t) &= U_L + \tilde{u}_L(t) \\
 i_L^{[Tp]}(t) &= I_L + \tilde{i}_L(t) \\
 u_C^{[Tp]}(t) &= U_C + \tilde{u}_C(t) \\
 i_C^{[Tp]}(t) &= I_C + \tilde{i}_C(t)
 \end{aligned}
 \tag{11.45}$$

Avec pour hypothèse que pour l'ensemble des variables on a

$$\begin{aligned}
 U &\gg \tilde{u}(t) \\
 I &\gg \tilde{i}(t) \\
 D &\gg \tilde{d}(t)
 \end{aligned}
 \tag{11.46}$$

Ainsi l'équation non linéaire 11.40 devient

$$L \cdot \frac{d(I_L + \tilde{i}_L(t))}{dt} = (D + \tilde{d}(t)) \cdot (U_1 + \tilde{u}_1(t)) + (1 - (D + \tilde{d}(t))) \cdot (U_2 + \tilde{u}_2(t)) \quad 11.47$$

En modifiant la structure cette relation, on obtient

$$\begin{aligned} L \cdot \frac{d(I_L + \tilde{i}_L(t))}{dt} &= D \cdot U_1 + (1 - D) \cdot U_2 \\ &+ \tilde{d}(t) \cdot (U_1 - U_2) + D \cdot \tilde{u}_1(t) + (1 - D) \cdot \tilde{u}_2(t) \\ &+ \tilde{d}(t) \cdot (\tilde{u}_1(t) - \tilde{u}_2(t)) \end{aligned} \quad 11.48$$

Le premier terme de droite correspond à une composante DC (point de fonctionnement)

Le second terme correspond à une composante AC du 1^{er} ordre (linéaire)

Le troisième terme correspond à une composante AC du 2^{ème} ordre (non linéaire)

Vu les hypothèses faites sous 11.46, on peut négliger le terme non linéaire. On obtiendra donc les relations suivantes

– Terme dc, sachant que $dI_L/dt=0$

$$0 = D \cdot U_1 + (1 - D) \cdot U_2 \quad 11.49$$

– Terme AC du 1^{er} ordre

$$L \cdot \frac{d\tilde{i}_L(t)}{dt} = \tilde{d}(t) \cdot (U_1 - U_2) + D \cdot \tilde{u}_1(t) + (1 - D) \cdot \tilde{u}_2(t) \quad 11.50$$

De même, l'équation 11.43

$$C \cdot \frac{d(U_c + \tilde{u}_c(t))}{dt} = (D + \tilde{d}(t)) \cdot (I_1 + \tilde{i}_1(t)) + (1 - (D + \tilde{d}(t))) \cdot (I_2 + \tilde{i}_2(t)) \quad 11.51$$

En modifiant la structure de cette relation, on obtient

$$\begin{aligned} C \cdot \frac{d(U_c + \tilde{u}_c(t))}{dt} &= D \cdot I_1 + (1 - D) \cdot I_2 \\ &+ \tilde{d}(t) \cdot (I_1 - I_2) + D \cdot \tilde{i}_1(t) + (1 - D) \cdot \tilde{i}_2(t) \\ &+ \tilde{d}(t) \cdot (\tilde{i}_1(t) - \tilde{i}_2(t)) \end{aligned} \quad 11.52$$

En faisant les mêmes remarques que pour le cas de l'inductance (relation 11.48). On obtiendra donc les relations suivantes

– Terme dc, sachant que $dU_c/dt=0$

$$0 = D \cdot I_1 + (1 - D) \cdot I_2 \quad 11.53$$

– Terme AC du 1^{er} ordre

$$C \cdot \frac{d\tilde{u}_c(t)}{dt} = \tilde{d}(t) \cdot (I_1 - I_2) + D \cdot \tilde{i}_1(t) + (1 - D) \cdot \tilde{i}_2(t) \quad 11.54$$

11.2.5 Montage abaisseur de tension (Buck)

Soit le montage abaisseur de tension défini à la Figure 11-46

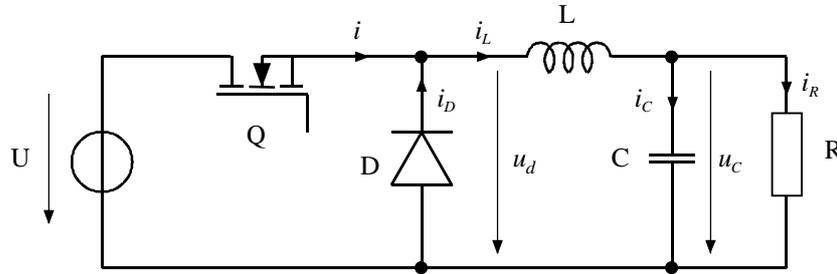


Figure 11-46 : Montage abaisseur de tension

11.2.5.1 Relations de base

Tension moyenne aux bornes de l'inductance

$$\begin{aligned} L \cdot \frac{di_L^{[T_p]}}{dt}(t) &= d(t) \cdot (u^{[T_p]}(t) - u_C^{[T_p]}(t)) - (1 - d(t)) \cdot u_C^{[T_p]}(t) \\ &= d(t) \cdot u^{[T_p]}(t) - u_C^{[T_p]}(t) \end{aligned} \quad 11.55$$

Courant moyen dans le condensateur

$$C \cdot \frac{du_C^{[T_p]}}{dt}(t) = \frac{-u_C^{[T_p]}(t)}{R} + i_L^{[T_p]}(t) \quad 11.56$$

Courant moyen d'entrée

$$i^{[T_p]}(t) = d(t) \cdot i_L^{[T_p]}(t) \quad 11.57$$

11.2.5.2 Linéarisation

Pour la tension aux bornes de l'inductance

$$L \cdot \frac{d(I + \tilde{i}_L(t))}{dt} = (D + \tilde{d}(t)) \cdot (U + \tilde{u}(t)) - (U_C + \tilde{u}_C(t)) \quad 11.58$$

– extraction du terme dc

$$0 = D \cdot U - U_C \quad 11.59$$

– extraction du terme du 1^{er} ordre

$$L \cdot \frac{d\tilde{i}_L(t)}{dt} = D \cdot \tilde{u}(t) + \tilde{d}(t) \cdot U - \tilde{u}_C(t) \quad 11.60$$

Pour le courant dans le condensateur

$$C \cdot \frac{d(U_C + \tilde{u}_C(t))}{dt} = -\frac{U_C + \tilde{u}_C(t)}{R} + (I_L + \tilde{i}_L(t)) \quad 11.61$$

- extraction du terme dc

$$0 = -\frac{U_c}{R} + I_L \quad 11.62$$

- extraction du terme du 1^{er} ordre

$$C \cdot \frac{d\tilde{u}_c(t)}{dt} = -\frac{\tilde{u}_c(t)}{R} + \tilde{i}_L(t) \quad 11.63$$

Pour le courant moyen d'entrée

$$I + \tilde{i}(t) = (D + \tilde{d}(t)) \cdot (I_L + \tilde{i}_L(t)) \quad 11.64$$

- extraction du terme dc

$$I = D \cdot I_L \quad 11.65$$

- extraction du terme du 1^{er} ordre

$$\tilde{i}(t) = D \cdot \tilde{i}_L(t) + \tilde{d}(t) \cdot I_L \quad 11.66$$

Des relations précédentes on en déduit deux sets de relations

Régime permanent

$$\begin{aligned} 0 &= D \cdot U - U_c \\ 0 &= -\frac{U_c}{R} + I_L \\ I &= D \cdot I_L \end{aligned} \quad 11.67$$

Régime AC du 1^{er} ordre

$$\begin{aligned} L \cdot \frac{d\tilde{i}_L(t)}{dt} &= D \cdot \tilde{u}(t) + \tilde{d}(t) \cdot U - \tilde{u}_c(t) \\ C \cdot \frac{d\tilde{u}_c(t)}{dt} &= -\frac{\tilde{u}_c(t)}{R} + \tilde{i}_L(t) \\ \tilde{i}(t) &= D \cdot \tilde{i}_L(t) + \tilde{d}(t) \cdot I_L \end{aligned} \quad 11.68$$

11.2.5.3 Construction d'un modèle équivalent

A partir du set de relation 11.68 et en utilisant la méthode définie au § 11.1, on peut construire le modèle AC du montage abaisseur de tension

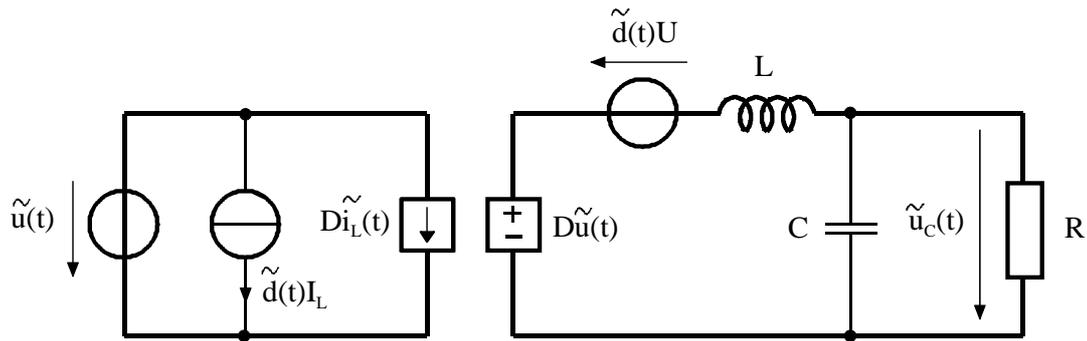


Figure 11-47 : Modèle équivalent AC du montage abaisseur de tension

Comme pour la modélisation DC, on peut remplacer les sources dépendantes de courant et de tension par des transformateurs idéaux. Le trait horizontal utilisé pour la modélisation DC est remplacé par un signe alternatif pour indiquer le comportement AC du modèle.

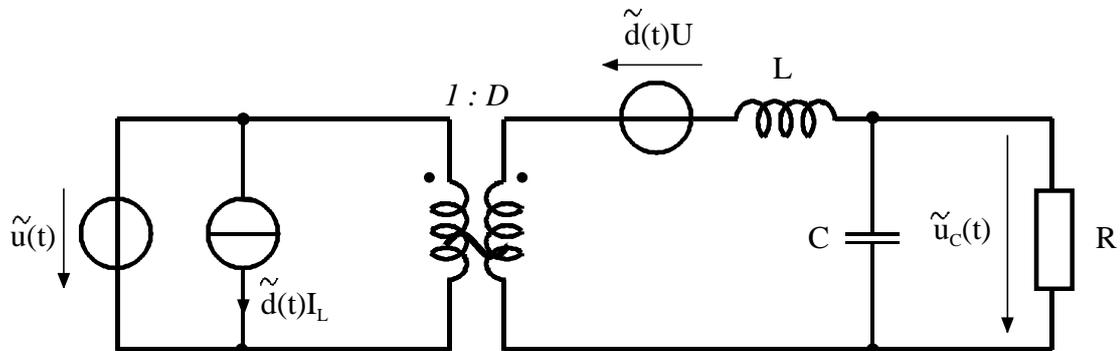


Figure 11-48 : Modèle équivalent AC du montage abaisseur de tension avec transformateur idéal

11.2.5.4 Fonction de transfert

A partir des relations résultantes 11.68, on peut définir la fonction de transfert du montage abaisseur de tension liant la sortie $\tilde{u}_c(s)$ aux variables indépendantes d'entrées que sont la commande $\tilde{d}(s)$ et la tension $\tilde{u}(s)$. La relation liant ces grandeurs s'exprime sous la forme

$$\tilde{u}_c(s) = G_u(s) \cdot \tilde{u}(s) + G_d(s) \cdot \tilde{d}(s) \tag{11.69}$$

Avec pour les fonctions de transfert $G_u(s)$ et $G_d(s)$

$$G_u(s) = \left. \frac{\tilde{u}_c(s)}{\tilde{u}(s)} \right|_{\tilde{d}(s)=0} \quad \text{et} \quad G_d(s) = \left. \frac{\tilde{u}_c(s)}{\tilde{d}(s)} \right|_{u(s)=0} \tag{11.70}$$

En effectuant la transformée de Laplace des deux premières relations de 11.68, on a

$$\begin{aligned} s \cdot L \cdot \tilde{i}_L(s) &= D \cdot \tilde{u}(s) + \tilde{d}(s) \cdot U - \tilde{u}_c(s) \\ s \cdot R \cdot C \cdot \tilde{u}_c(s) &= -\tilde{u}_c(s) + R \cdot \tilde{i}_L(s) \end{aligned} \tag{11.71}$$

En éliminant la variable interne $\tilde{i}_L(s)$ et sachant que $U = D^{-1} \cdot U_c$

$$\tilde{u}_c(s) = D \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \frac{L}{R} + s^2 LC} \cdot \tilde{u}(s) + \frac{U_c}{D} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \frac{L}{R} + s^2 LC} \cdot \tilde{d}(s) \quad 11.72$$

Et par conséquent

$$G_u(s) = D \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \frac{L}{R} + s^2 LC} \quad 11.73$$

$$G_d(s) = \frac{U_c}{D} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \frac{L}{R} + s^2 LC} \quad 11.74$$

11.2.6 Montage éleveur de tension (Boost)

Soit le montage éleveur de tension défini à la Figure 11-49

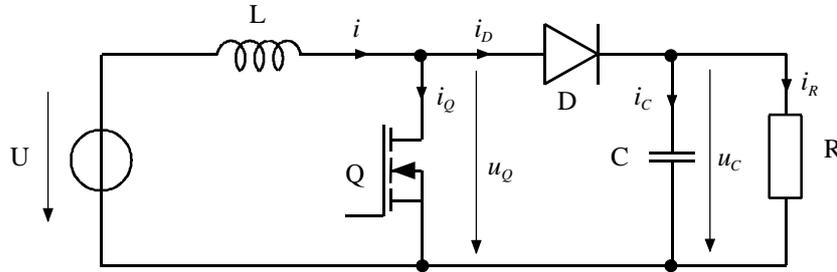


Figure 11-49 : Montage éleveur de tension

11.2.6.1 Relations de base

Tension moyenne aux bornes de l'inductance

$$\begin{aligned} L \cdot \frac{di_L^{[T_p]}}{dt}(t) &= d(t) \cdot u^{[T_p]}(t) + (1-d(t)) \cdot (u^{[T_p]}(t) - u_C^{[T_p]}(t)) \\ &= u^{[T_p]}(t) - (1-d(t)) \cdot u_C^{[T_p]}(t) \end{aligned} \quad 11.75$$

Courant moyen dans le condensateur

$$\begin{aligned} C \cdot \frac{du_C^{[T_p]}}{dt}(t) &= d(t) \cdot \frac{-u_C^{[T_p]}(t)}{R} + (1-d(t)) \cdot \left(\frac{-u_C^{[T_p]}(t)}{R} + i_L^{[T_p]}(t) \right) \\ &= \frac{-u_C^{[T_p]}(t)}{R} + (1-d(t)) \cdot i_L^{[T_p]}(t) \end{aligned} \quad 11.76$$

Courant moyen d'entrée

$$i^{[T_p]}(t) = i_L^{[T_p]}(t) \quad 11.77$$

11.2.6.2 Linéarisation

Pour la tension aux bornes de l'inductance

$$L \cdot \frac{d(I_L + \tilde{i}_L(t))}{dt} = U + \tilde{u}(t) - (1 - (D + \tilde{d}(t))) \cdot (U_C + \tilde{u}_C(t)) \quad 11.78$$

– extraction du terme dc

$$0 = U - (1-D) \cdot U_C \quad 11.79$$

– extraction du terme du 1^{er} ordre

$$L \cdot \frac{d\tilde{i}_L(t)}{dt} = \tilde{u}(t) + \tilde{d}(t) \cdot U_C - (1-D) \cdot \tilde{u}_C(t) \quad 11.80$$

Pour le courant dans le condensateur

$$C \cdot \frac{d(U_c + \tilde{u}_c(t))}{dt} = -\frac{(U_c + \tilde{u}_c(t))}{R} + (1 - (D + \tilde{d}(t)) \cdot (I_L + \tilde{i}_L(t))) \quad 11.81$$

– extraction du terme dc

$$0 = -\frac{U_c}{R} + (1 - D) \cdot I_L \quad 11.82$$

– extraction du terme du 1^{er} ordre

$$C \cdot \frac{d\tilde{u}_c(t)}{dt} = -\frac{\tilde{u}_c(t)}{R} + (1 - D) \cdot \tilde{i}_L(t) - \tilde{d}(t) \cdot I_L \quad 11.83$$

Pour le courant moyen d'entrée

$$I + \tilde{i}(t) = I_L + \tilde{i}_L(t) \quad 11.84$$

– extraction du terme dc

$$I = I_L \quad 11.85$$

– extraction du terme du 1^{er} ordre

$$\tilde{i}(t) = \tilde{i}_L(t) \quad 11.86$$

Des relations précédentes on en déduit deux sets de relations

Régime permanent

$$\begin{aligned} 0 &= U - (1 - D) \cdot U_c \\ 0 &= -\frac{U_c}{R} + (1 - D) I_L \\ I &= I_L \end{aligned} \quad 11.87$$

Régime AC du 1^{er} ordre

$$\begin{aligned} L \cdot \frac{d\tilde{i}_L(t)}{dt} &= \tilde{u}(t) + \tilde{d}(t) \cdot U_c - (1 - D) \cdot \tilde{u}_c(t) \\ C \cdot \frac{d\tilde{u}_c(t)}{dt} &= -\frac{\tilde{u}_c(t)}{R} + (1 - D) \cdot \tilde{i}_L(t) - \tilde{d}(t) \cdot I_L \\ \tilde{i}(t) &= \tilde{i}_L(t) \end{aligned} \quad 11.88$$

11.2.6.3 Construction d'un modèle équivalent

A partir du set de relation 11.88 et en utilisant la méthode définie au § 11.1, on peut construire le modèle AC du montage élévateur de tension de tension

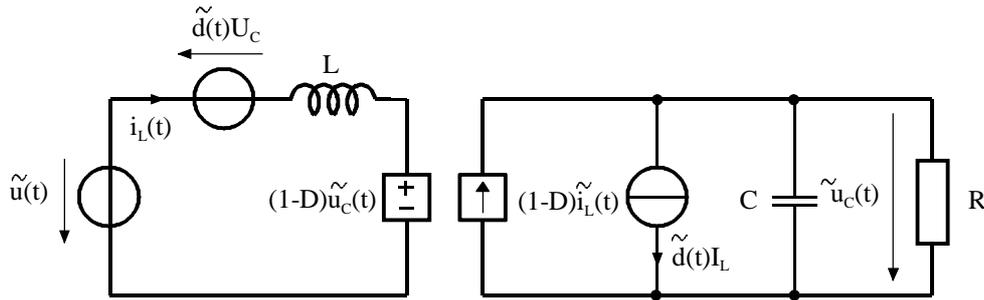


Figure 11-50 : Modèle équivalent AC du montage élévateur de tension

Comme pour la modélisation DC, on peut remplacer les sources dépendantes de courant et de tension par des transformateurs idéaux. Le trait horizontal utilisé pour la modélisation DC est remplacé par un signe alternatif pour indiquer le comportement AC du modèle.

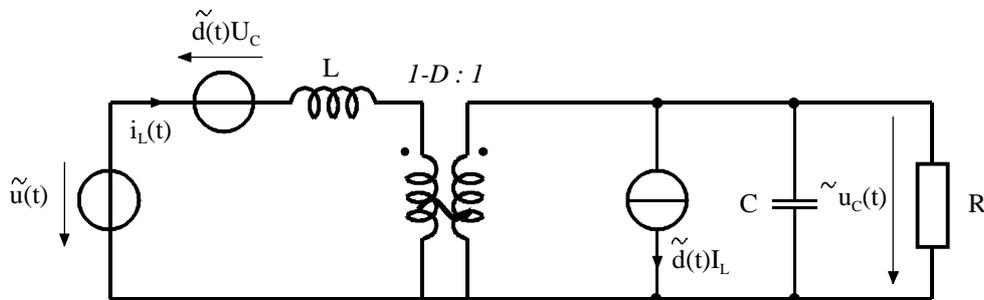


Figure 11-51 : Modèle équivalent AC du montage élévateur de tension avec transformateur idéal

11.2.6.4 Fonction de transfert

A partir des relations résultantes 11.88, on peut définir la fonction de transfert du montage élévateur de tension liant la sortie $\tilde{u}_c(s)$ aux variables indépendantes d'entrées que sont la commande $\tilde{d}(s)$ et la tension $\tilde{u}(s)$. La relation liant ces grandeurs s'exprime sous la forme

$$\tilde{u}_c(s) = G_u(s) \cdot \tilde{u}(s) + G_d(s) \cdot \tilde{d}(s) \tag{11.89}$$

Avec pour les fonctions de transfert $G_u(s)$ et $G_d(s)$

$$G_u(s) = \left. \frac{\tilde{u}_c(s)}{\tilde{u}(s)} \right|_{\tilde{d}(s)=0} \quad \text{et} \quad G_d(s) = \left. \frac{\tilde{u}_c(s)}{\tilde{d}(s)} \right|_{u(s)=0} \tag{11.90}$$

En effectuant la transformée de Laplace des deux premières relations de 11.68, on a

$$\begin{aligned} s \cdot L \cdot \tilde{i}_L(s) &= \tilde{u}(s) + \tilde{d}(s) \cdot U_c - (1-D) \cdot \tilde{u}_c(s) \\ s \cdot R \cdot C \cdot \tilde{u}_c(s) &= -\tilde{u}_c(s) + (1-D) \cdot R \cdot \tilde{i}_L(s) - \tilde{d}(s) \cdot R \cdot I_L \end{aligned} \tag{11.91}$$

En éliminant la variable interne $\tilde{i}_L(s)$ et sachant que $I_L = \frac{I_R}{1-D} = \frac{U_c}{(1-D) \cdot R}$

$$\begin{aligned} \tilde{u}_c(s) = & \frac{1}{1-D} \cdot \frac{1}{1+s \cdot \frac{L}{(1-D)^2 \cdot R} + s^2 \cdot \frac{L \cdot C}{(1-D)^2}} \cdot \tilde{u}(s) \\ & + \frac{U_c}{1-D} \cdot \frac{1-s \cdot \frac{L}{(1-D)^2 \cdot R}}{1+s \cdot \frac{L}{(1-D)^2 \cdot R} + s^2 \cdot \frac{L \cdot C}{(1-D)^2}} \cdot \tilde{d}(s) \end{aligned} \quad 11.92$$

Et par conséquent

$$G_u(s) = \frac{1}{1-D} \cdot \frac{1}{1+s \cdot \frac{L}{(1-D)^2 \cdot R} + s^2 \cdot \frac{L \cdot C}{(1-D)^2}} \quad 11.93$$

$$G_d(s) = \frac{U_c}{1-D} \cdot \frac{1-s \cdot \frac{L}{(1-D)^2 \cdot R}}{1+s \cdot \frac{L}{(1-D)^2 \cdot R} + s^2 \cdot \frac{L \cdot C}{(1-D)^2}} \quad 11.94$$

11.2.7 Montage à stockage inductif (Buck - Boost)

Soit le montage à stockage inductif défini à la Figure 11-52

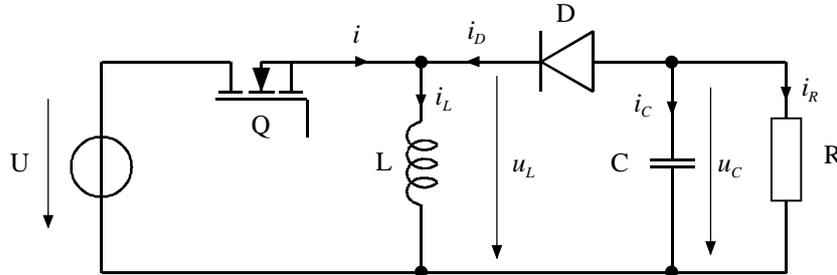


Figure 11-52 : Montage à stockage inductif

11.2.7.1 Relations de base

Tension moyenne aux bornes de l'inductance

$$u_L^{[Tp]}(t) = L \cdot \frac{di_L^{[Tp]}(t)}{dt} = d(t) \cdot u^{[Tp]}(t) + (1-d(t)) \cdot u_C^{[Tp]}(t) \quad 11.95$$

Courant moyen dans le condensateur

$$\begin{aligned} i_C^{[Tp]}(t) &= C \cdot \frac{du_C^{[Tp]}(t)}{dt} = d(t) \cdot \frac{-u_C^{[Tp]}(t)}{R} + (1-d(t)) \cdot \left(\frac{-u_C^{[Tp]}(t)}{R} - i_L^{[Tp]}(t) \right) \\ &= \frac{-u_C^{[Tp]}(t)}{R} - (1-d(t)) \cdot i_L^{[Tp]}(t) \end{aligned} \quad 11.96$$

Courant moyen d'entrée

$$i^{[Tp]}(t) = d(t) \cdot i_L^{[Tp]}(t) \quad 11.97$$

11.2.7.2 Linéarisation

Pour la tension aux bornes de l'inductance

$$L \cdot \frac{d(I_L + \tilde{i}_L(t))}{dt} = (D + \tilde{d}(t)) \cdot (U + \tilde{u}(t)) + (1 - (D + \tilde{d}(t))) \cdot (U_C + \tilde{u}_C(t)) \quad 11.98$$

– extraction du terme dc

$$0 = D \cdot U + (1-D) \cdot U_C \quad 11.99$$

– extraction du terme du 1^{er} ordre

$$L \cdot \frac{d\tilde{i}_L(t)}{dt} = D \cdot \tilde{u}(t) + \tilde{d}(t) \cdot (U - U_C) + (1-D) \cdot \tilde{u}_C(t) \quad 11.100$$

Pour le courant dans le condensateur

$$C \cdot \frac{d(U_c + \tilde{u}_c(t))}{dt} = \frac{-(U_c + \tilde{u}_c(t))}{R} + (1 - (D + \tilde{d}(t))) \cdot (I_L + \tilde{i}_L(t)) \quad 11.101$$

– extraction du terme dc

$$0 = -\frac{U_c}{R} - (1 - D) \cdot I_L \quad 11.102$$

– extraction du terme du 1^{er} ordre

–

$$C \cdot \frac{d\tilde{u}_c(t)}{dt} = \frac{-\tilde{u}_c(t)}{R} - (1 - D) \cdot \tilde{i}_L(t) + \tilde{d}(t) \cdot I_L \quad 11.103$$

Pour le courant moyen d'entrée

$$I + \tilde{i}(t) = (D + \tilde{d}(t)) \cdot (I_L + \tilde{i}_L(t)) \quad 11.104$$

– extraction du terme dc

$$I = D \cdot I_L \quad 11.105$$

– extraction du terme du 1^{er} ordre

$$\tilde{i}(t) = D \cdot \tilde{i}_L(t) + \tilde{d}(t) \cdot I_L \quad 11.106$$

Des relations précédentes on en déduit deux sets de relations

Régime permanent

$$0 = D \cdot U + (1 - D) \cdot U_c$$

$$0 = -\frac{U_c}{R} - (1 - D) I_L \quad 11.107$$

$$I = D \cdot I_L$$

Régime AC du 1^{er} ordre

$$L \cdot \frac{d\tilde{i}_L(t)}{dt} = D \cdot \tilde{u}(t) + \tilde{d}(t) \cdot (U - U_c) + (1 - D) \cdot \tilde{u}_c(t)$$

$$C \cdot \frac{d\tilde{u}_c(t)}{dt} = \frac{-\tilde{u}_c(t)}{R} - (1 - D) \cdot \tilde{i}_L(t) + \tilde{d}(t) \cdot I_L \quad 11.108$$

$$\tilde{i}(t) = D \cdot \tilde{i}_L(t) + \tilde{d}(t) \cdot I_L$$

11.2.7.3 Construction d'un modèle équivalent

A partir du set de relation 11.108 et en utilisant la méthode définie au § 11.1, on peut construire le modèle AC du montage élévateur de tension de tension

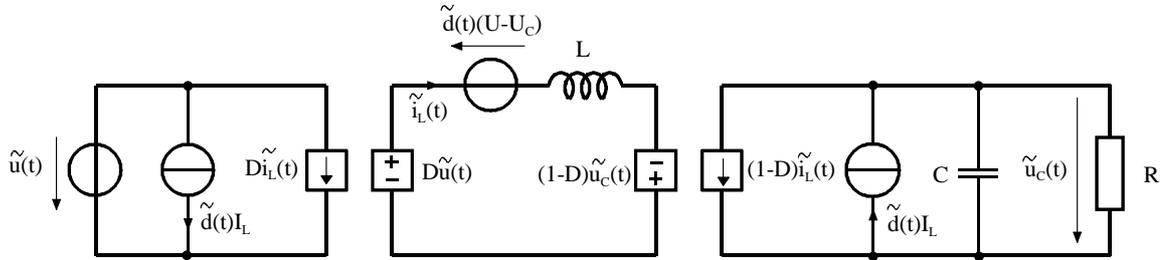


Figure 11-53 : Modèle équivalent AC du montage à stockage inductif

Comme pour la modélisation DC, on peut remplacer les sources dépendantes de courant et de tension par des transformateurs idéaux. Le trait horizontal utilisé pour la modélisation DC est remplacé par un signe alternatif pour indiquer le comportement AC du modèle.

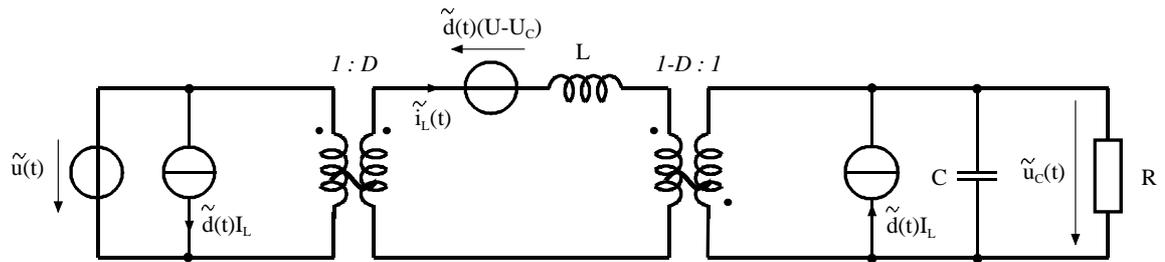


Figure 11-54 : Modèle équivalent AC du montage à stockage inductif avec transformateur idéal

11.2.7.4 Fonction de transfert

A partir des relations résultantes 11.108, on peut définir la fonction de transfert du montage élévateur de tension liant la sortie $\tilde{u}_c(s)$ aux variables indépendantes d'entrées que sont la commande $\tilde{d}(s)$ et la tension $\tilde{u}(s)$. La relation liant ces grandeurs s'exprime sous la forme

$$\tilde{u}_c(s) = G_u(s) \cdot \tilde{u}(s) + G_d(s) \cdot \tilde{d}(s) \tag{11.109}$$

Avec pour les fonctions de transfert $G_u(s)$ et $G_d(s)$

$$G_u(s) = \left. \frac{\tilde{u}_c(s)}{\tilde{u}(s)} \right|_{\tilde{d}(s)=0} \quad \text{et} \quad G_d(s) = \left. \frac{\tilde{u}_c(s)}{\tilde{d}(s)} \right|_{\tilde{u}(s)=0} \tag{11.110}$$

En effectuant la transformée de Laplace des premières relations de 11.108, on a

$$\begin{aligned} s \cdot L \cdot \tilde{i}_L(s) &= D \cdot \tilde{u}(s) + \tilde{d}(s) \cdot (U - U_C) + (1 - D) \cdot \tilde{u}_C(s) \\ s \cdot C \cdot \tilde{u}_C(s) &= \frac{-\tilde{u}_C(s)}{R} - (1 - D) \cdot \tilde{i}_L(s) + \tilde{d}(s) \cdot I_L \end{aligned} \tag{11.111}$$

En éliminant la variable interne $\tilde{i}_L(s)$ et sachant que $I_L = -\frac{I_R}{1-D} = -\frac{U_C}{(1-D) \cdot R}$

$$\begin{aligned} \tilde{u}_c(s) = & -\frac{D}{1-D} \cdot \frac{1}{1+s \cdot \frac{L}{(1-D)^2 \cdot R} + s^2 \cdot \frac{L \cdot C}{(1-D)^2}} \cdot \tilde{u}(s) \\ & + \frac{U_C}{D \cdot (1-D)} \cdot \frac{1-s \cdot \frac{D \cdot L}{(1-D)^2 \cdot R}}{1+s \cdot \frac{L}{(1-D)^2 \cdot R} + s^2 \cdot \frac{L \cdot C}{(1-D)^2}} \cdot \tilde{d}(s) \end{aligned} \quad 11.112$$

Et par conséquent

$$G_u(s) = -\frac{D}{1-D} \cdot \frac{1}{1+s \cdot \frac{L}{(1-D)^2 \cdot R} + s^2 \cdot \frac{L \cdot C}{(1-D)^2}} \quad 11.113$$

$$G_d(s) = \frac{U_C}{D \cdot (1-D)} \cdot \frac{1-s \cdot \frac{D \cdot L}{(1-D)^2 \cdot R}}{1+s \cdot \frac{L}{(1-D)^2 \cdot R} + s^2 \cdot \frac{L \cdot C}{(1-D)^2}} \quad 11.114$$

11.2.8 Fonction de transfert des alimentations à découpage de base en conduction continue

11.2.8.1 Résumé des caractéristiques

Des § 11.2.5, 11.2.6 et 11.2.7 on peut résumer les particularités des fonctions de transfert des alimentations à découpage de base (Buck, Boost, Buck-Boost) sous la forme d'un tableau. Les caractéristiques principales liant la tension de sortie $u_C(s)$ à la tension de ligne $u(s)$ ainsi que la tension de sortie $u_C(s)$ à la grandeur de commande $d(s)$ peuvent être décrites à l'aide des deux fonctions de transfert suivantes

$$G_u(s) = \frac{\tilde{u}_C(s)}{\tilde{u}(s)} = G_{u0} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \frac{1}{Q \cdot \omega_0} + s^2 \cdot \frac{1}{\omega_0^2}} \tag{11.115}$$

$$G_d(s) = \frac{\tilde{u}_C(s)}{\tilde{d}(s)} = G_{d0} \cdot \frac{1 - s \cdot \frac{1}{\omega_z}}{1 + s \cdot \frac{1}{Q \cdot \omega_0} + s^2 \cdot \frac{1}{\omega_0^2}} \tag{11.116}$$

Le tableau ci-dessous illustre les diverses valeurs présent par chaque terme des fonctions de transfert 11.115 et 11.116

| Type | G_{u0} | G_{d0} | ω_0 | Q | ω_z |
|------------|------------------|-----------------------------|--------------------------------|--|-------------------------------------|
| Buck | D | $\frac{U_C}{D}$ | $\frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$ | $R \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$ | - |
| Boost | $\frac{1}{1-D}$ | $\frac{U_C}{1-D}$ | $\frac{1-D}{\sqrt{L \cdot C}}$ | $(1-D) \cdot R \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$ | $\frac{(1-D)^2 \cdot R}{L}$ |
| Buck-Boost | $-\frac{D}{1-D}$ | $\frac{U_C}{D \cdot (1-D)}$ | $\frac{1-D}{\sqrt{L \cdot C}}$ | $(1-D) \cdot R \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$ | $\frac{(1-D)^2 \cdot R}{D \cdot L}$ |

11.2.8.2 Synthèse des résultats obtenus

Les montages élévateur de tension (Boost) et à stockage inductif (Buck-Boost) montrent que pour les fonctions de transfert $G_d(s)$ liant la tension de sortie $u_C(s)$ à la grandeur de commande $d(s)$ il existe un zéro dans le demi-plan de droite. Par contre le montage abaisseur de tension ne possèdent pas de zéro.

Les résultats obtenus peuvent facilement être adaptés aux montages possédant un transformateur d'isolation et dont la structure est dérivée des trois types de montage définis dans le tableau ci-dessus. En effet il suffit de multiplier la fonction de transfert liant la tension de sortie à la tension d'entrée $G_u(s)$ par le rapport de transformation du transformateur d'isolation.

La modélisation des alimentations à découpage travaillant en mode de conduction intermittente ne fait pas l'objet de ce chapitre.

11.2.8.3 Signification physique du zéro dans le demi-plan de droite

La contient le schéma block illustrant le comportement d'un zéro dans le demi-plan de droite.

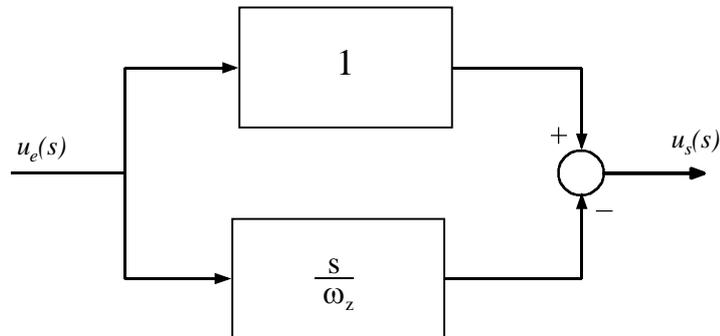


Figure 11-55 : Schéma bloc d'une fonction de transfert ayant un zéro dans le demi-plan de droite

A basse fréquence, le gain s/ω_z est beaucoup plus petit et donc on a $u_s \cong u_e$. Par contre à fréquence élevée, l'amplitude du gain s/ω_z est beaucoup plus grand que 1 et par conséquent, $u_s \cong -(s/\omega_z) \cdot u_e$. Le signe négatif cause donc une inversion de phase. Ce comportement signifie que lors d'un saut indiciel de la grandeur d'entrée, la sortie tend initialement vers une direction opposée à sa valeur finale.

11.2.9 Modèle des alimentations à découpage sous forme canonique

Les alimentations à découpage étudiées précédemment ayant des propriétés physiques similaires, elles devraient également avoir des modèles équivalent similaires. Nos allons donc manipuler les modèles AC définis à la section précédente afin de trouver une forme canonique de structure unique.

11.2.9.1 Développement du modèle canonique

Le modèle canonique, comme les modèles AC définis précédemment doit contenir une tension d'entrée \tilde{u} , une tension de sortie \tilde{u}_c ainsi qu'un signal de commande \tilde{d} . La fonction de base d'une alimentation à découpage étant la conversion des niveaux de tension et de courant d'une source, un transformateur idéal doit également faire partie du modèle canonique. L'alimentation à découpage doit également avoir des éléments réactifs permettant de filtrer les harmoniques de commutation ainsi que le transfert de l'énergie entre les ports d'entrée et de sortie. Puisque les ondulations de tension et de courant de sortie doivent être faibles, les éléments réactifs doivent comprendre un filtre passe bas dont la fréquence de coupure est bien inférieure à la fréquence de commutation. Le modèle devrait donc contenir un filtre équivalent passe-bas.

Les variations de signal de commande \tilde{d} produisent également des variations de tension et de courant dans l'alimentations à découpage. Le modèle devrait donc également contenir des sources de tension et de courant commandées par \tilde{d} . Les modèles AC précédents montrent que ces sources sont distribuées dans tout le modèle AC de l'alimentation à découpage. Il est possible de manipuler le modèle afin de déplacer les sources du côté de l'entrée. La Figure 11-56 illustre la structure de la forme canonique recherchée.

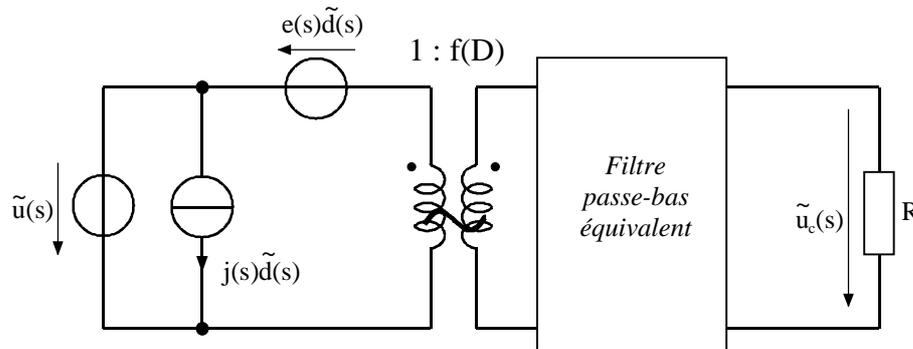


Figure 11-56 : Modèle canonique d'une alimentation à découpage en conduction continue

$H_e(s)$ est la fonction de transfert du filtre passe-bas chargé par la résistance R.

R représente la résistance équivalente de la charge au point de fonctionnement, les variations de charge se faisant autour de cette dernière.

De la Figure 11-56 on peut écrire pour la fonction de transfert liant la tension d'entrée \tilde{u} à la tension de sortie \tilde{u}_c

$$G_u(s) = \left. \frac{\tilde{u}_c(s)}{\tilde{u}(s)} \right|_{\tilde{d}(s)=0} = f(D) \cdot H_e(s) \tag{11.117}$$

La fonction de transfert liant le signal de commande \tilde{d} à la tension de sortie \tilde{u}_c

$$G_d(s) = \left. \frac{\tilde{u}_c(s)}{\tilde{d}(s)} \right|_{\tilde{u}(s)=0} = e(s) \cdot f(D) \cdot H_e(s) \tag{11.118}$$

11.2.9.2 *Modèle canonique pour alimentations à inductance et condensateur unique.*

La Figure 11-57 montre le modèle canonique simplifié d'une alimentation à découpage ne contenant qu'une inductance et qu'un condensateur. Ce modèle est valable pour les trois types d'alimentations que nous avons vus durant ce chapitre

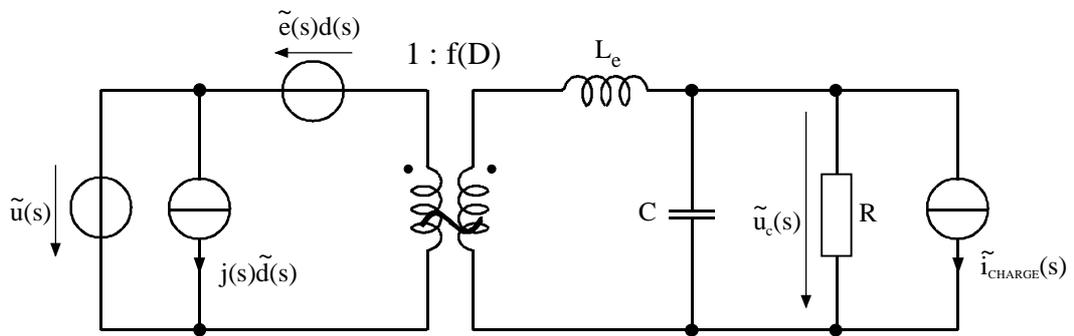


Figure 11-57 : Modèle canonique pour alimentation contenant une inductance et un condensateur seulement

Fonction de transfert liant le signal de commande \tilde{u} à la tension de sortie \tilde{u}_c

$$G_u(s) = \left. \frac{\tilde{u}_c(s)}{\tilde{u}(s)} \right|_{\substack{\tilde{d}(s)=0 \\ \tilde{i}_{charge}(s)=0}} = f(D) \cdot H_e(s) = f(D) \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \frac{L_e}{R} + s^2 L_e C} \tag{11.119}$$

Fonction de transfert liant le signal de commande \tilde{d} à la tension de sortie \tilde{u}_c

$$G_d(s) = \left. \frac{\tilde{u}_c(s)}{\tilde{d}(s)} \right|_{\substack{\tilde{u}(s)=0 \\ \tilde{i}_{charge}(s)=0}} = e(s) \cdot f(D) \cdot H_e(s) = f(D) \cdot \frac{e(s)}{1 + s \cdot \frac{L_e}{R} + s^2 L_e C} \tag{11.120}$$

Impédance de sortie

$$Z_{out}(s) = - \left. \frac{\tilde{u}_c(s)}{\tilde{i}_{charge}(s)} \right|_{\substack{\tilde{u}(s)=0 \\ \tilde{d}(s)=0}} = sL_e // R // \frac{1}{sC} = \frac{sL_e}{1 + s \cdot \frac{L_e}{R} + s^2 L_e C} \tag{11.121}$$

De ce modèle, il est relativement facile d'en déduire un schéma bloc d'asservissement de la tension de sortie grâce à la forme canonique identique pour les diverses alimentations à découpage étudiées.

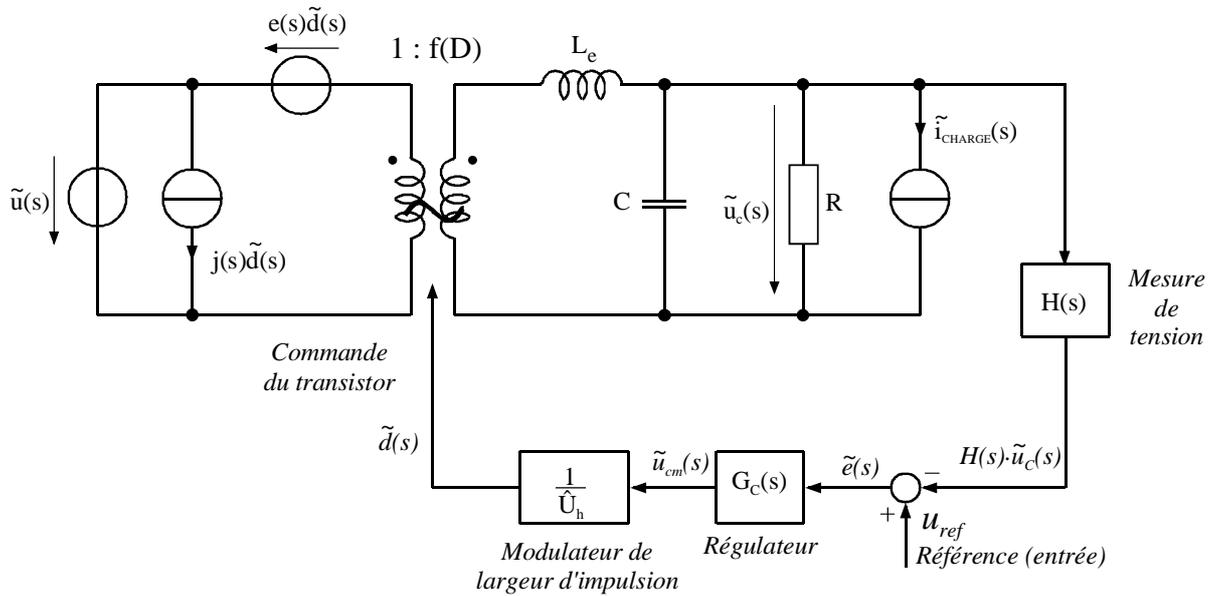


Figure 11-58 : Schéma bloc d'asservissement de la tension de sortie d'une alimentation à découpage

De ce qui précède, il est maintenant possible de définir les diverses fonctions de transfert intervenant dans l'asservissement et le réglage de la tension de sortie. Grâce à la forme canonique, il est aisé de définir et de comparer les fonctions de transfert que sont $G_u(s)$, $G_d(s)$ et $Z_{out}(s)$. Le détail de ces fonctions de transfert est donné au § 11.2.11

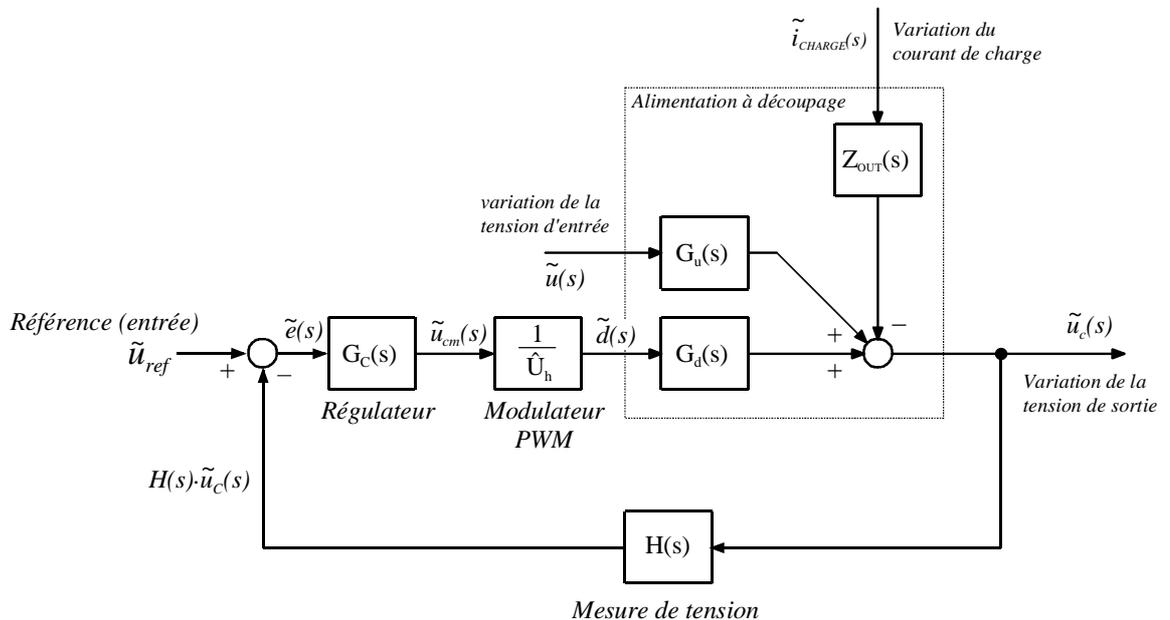


Figure 11-59 : Schéma bloc d'asservissement et de réglage

11.2.10 Exemple : Modèle canonique d'une alimentation à stockage inductif

Pour illustrer ce qui précède, nous allons chercher la forme canonique de l'alimentation à découpage à stockage inductif en partant de son modèle AC défini à la Figure 11-54. Donc la structure est rappelée ci-dessous

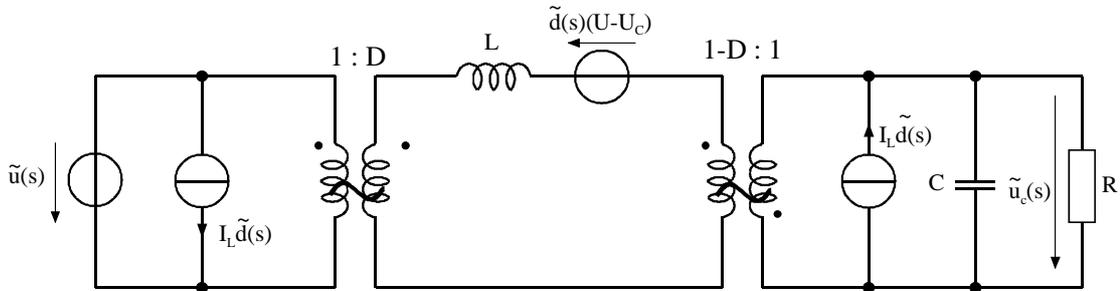


Figure 11-60 : Modèle équivalent AC du montage à stockage inductif avec transformateur idéal

La source $\tilde{d}(s) \cdot (U - U_c)$ en série avec l'inductance peut être croisée avec cette dernière puis rapportée au primaire du premier transformateur idéal en tenant compte du rapport de transformation 1 : D. De plus la source de courant $I_L \tilde{d}(s)$ peut être rapportée au primaire du second transformateur idéal en tenant compte du rapport de transformation (1-D) : 1.

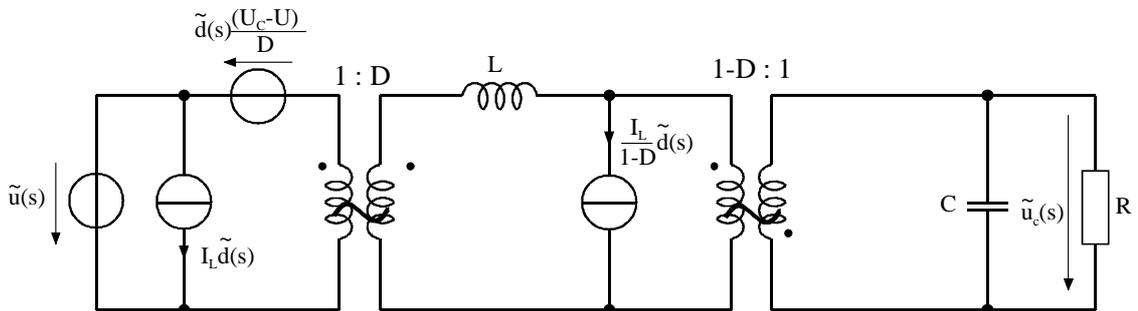


Figure 11-61 : Modèle équivalent AC du montage à stockage inductif avec transformateur idéal

La modification de connexion de la source de courant $\frac{I_L}{1-D} \cdot \tilde{d}(s)$ et l'adjonction d'une seconde source identique pour ne pas modifier la somme des courants au nœud A peut être réalisée sans modification de l'état du circuit.

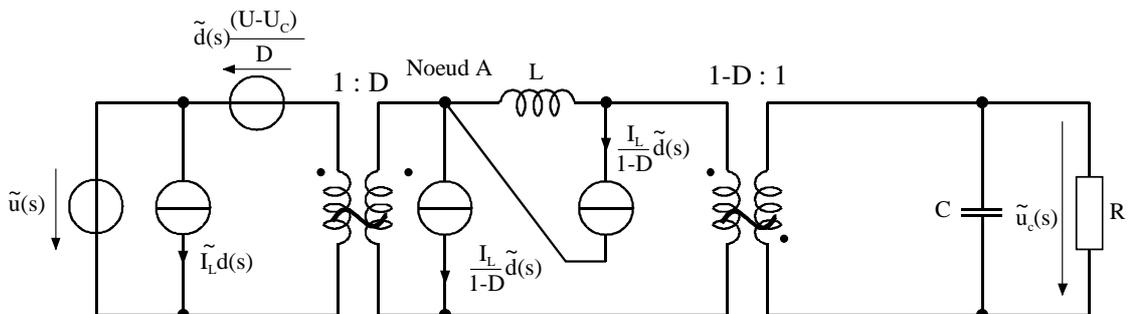


Figure 11-62 : Modèle équivalent AC du montage à stockage inductif avec transformateur idéal

La source de courant $\frac{I_L}{1-D} \cdot \tilde{d}(s)$ en parallèle avec l'inductance L peut être transformée en source de courant.

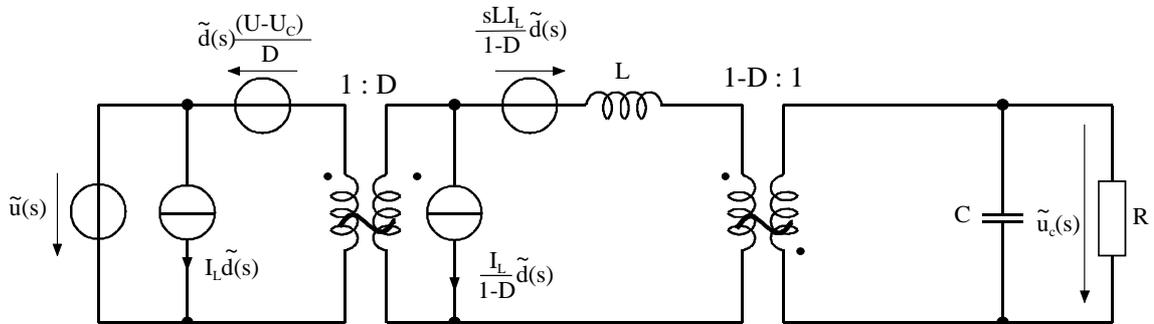


Figure 11-63 : Modèle équivalent AC du montage à stockage inductif avec transformateur idéal

La seconde source de courant $\frac{I_L}{1-D} \cdot \tilde{d}(s)$ peut être rapportée au primaire du premier transformateur idéal en tenant compte du rapport de transformation de ce dernier. Puis cette source subit comme précédemment une modification de connexion.

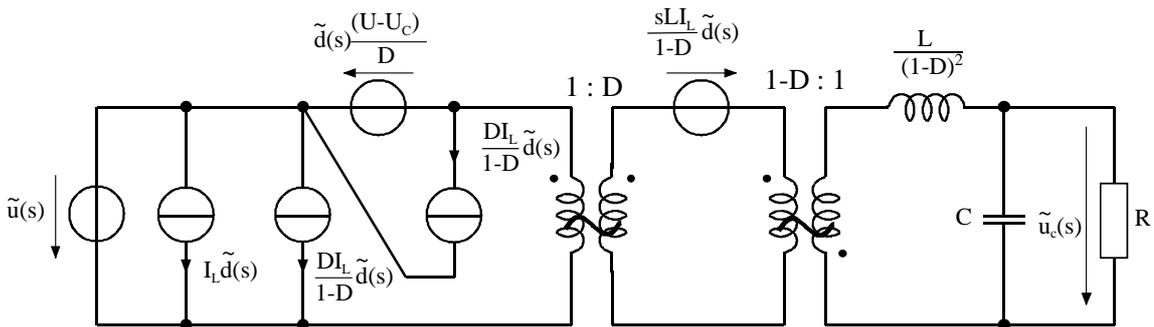


Figure 11-64 : Modèle équivalent AC du montage à stockage inductif avec transformateur idéal

La source de courant $\frac{D \cdot I_L}{1-D} \cdot \tilde{d}(s)$ au primaire du premier transformateur qui se trouve en parallèle avec la source de tension $\tilde{d}(s) \cdot \frac{U_c - U}{D}$ peut être supprimée. De plus la source de tension dans le circuit intermédiaire peut être rapportée au primaire du transformateur en tenant compte du rapport de transformation

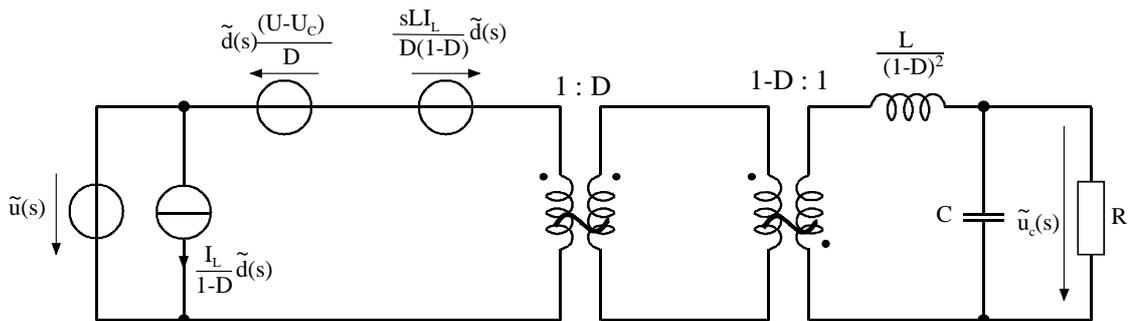


Figure 11-65 : Modèle équivalent AC du montage à stockage inductif avec transformateur idéal

Enfin les deux transformateurs idéaux peuvent être ramenés en un seul et simplifiés en tenant compte des relations

$$\begin{aligned} \frac{U - U_C}{D} - \frac{s \cdot L \cdot I_L}{D \cdot (1-D)} &= -\frac{U_C}{D^2} + \frac{s \cdot L \cdot I_R}{D \cdot (1-D)^2} = -\frac{U_C}{D^2} + \frac{s \cdot L \cdot U_C}{D \cdot (1-D)^2 \cdot R} \\ &= -\frac{U_C}{D^2} \cdot \left(1 - s \cdot \frac{D \cdot L}{(1-D)^2 \cdot R}\right) \end{aligned} \quad 11.122$$

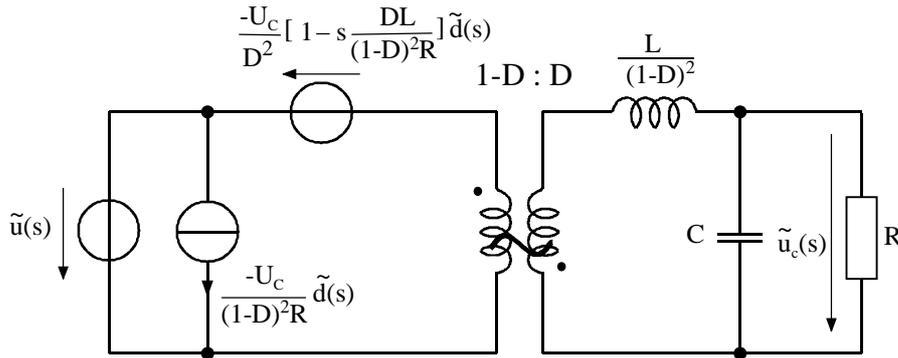


Figure 11-66 : Modèle équivalent AC du montage à stockage inductif avec transformateur idéal

Comme on peut le constater, ce circuit possède bien la structure du modèle canonique. Avec

$$H_e(s) = \frac{R // \frac{1}{sC}}{s \cdot \frac{L}{(1-D)^2} + R // \frac{1}{sC}} = \frac{1}{1 + s \cdot \frac{L}{(1-D)^2 \cdot R} + s^2 \cdot \frac{L \cdot C}{(1-D)^2}} \quad 11.123$$

$$e(s) = -\frac{U_C}{D^2} \cdot \left(1 - s \cdot \frac{D \cdot L}{(1-D)^2 \cdot R}\right) \quad 11.124$$

$$j(s) = -\frac{U_C}{(1-D)^2 \cdot R} \quad 11.125$$

$$f(D) = \frac{-D}{1-D} \quad 11.126$$

Les fonctions de transfert définies par les relations 11.119 et 11.120 deviennent

$$\begin{aligned} G_u(s) &= \left. \frac{\tilde{u}_c(s)}{\tilde{u}(s)} \right|_{\substack{\tilde{d}(s)=0 \\ \tilde{i}_{charge}(s)=0}} = f(D) \cdot H_e(s) = \\ &= \frac{-D}{1-D} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \frac{L}{(1-D)^2 \cdot R} + s^2 \cdot \frac{L \cdot C}{(1-D)^2}} \end{aligned} \quad 11.127$$

$$\begin{aligned}
 G_d(s) &= \left. \frac{\tilde{u}_c(s)}{\tilde{d}(s)} \right|_{\substack{\tilde{u}(s)=0 \\ \tilde{i}_{charge}(s)=0}} = e(s) \cdot f(D) \cdot H_e(s) \\
 &= \frac{U_c}{D \cdot (1-D)} \cdot \frac{1 - s \cdot \frac{D \cdot L}{(1-D)^2 \cdot R}}{1 + s \cdot \frac{L}{(1-D)^2 \cdot R} + s^2 \cdot \frac{L \cdot C}{(1-D)^2}}
 \end{aligned} \tag{11.128}$$

Les relations 11.127 et 11.128 correspondent bien aux relations 11.113 et respectivement 11.114. De plus on peut écrire pour l'impédance de sortie

$$Z_{out}(s) = - \left. \frac{\tilde{u}_c(s)}{\tilde{i}_{charge}(s)} \right|_{\substack{\tilde{u}(s)=0 \\ \tilde{d}(s)=0}} = \frac{s \cdot \frac{L}{(1-D)^2}}{1 + s \cdot \frac{L}{(1-D)^2 \cdot R} + s^2 \cdot \frac{L \cdot C}{(1-D)^2}} \tag{11.129}$$

11.2.11 Synthèse de la forme canonique des alimentations à découpage étudiées

On laissera le soin au lecteur de faire les transformations des modèles AC, pour les alimentations à découpage abaisseur et élévateur de tension, afin d'en définir la forme canonique

Le tableau ci-dessous résume les valeurs des paramètres du modèle canonique des 3 alimentations à découpage de base.

| Type | f(D) | L _e | e(s) | j(s) |
|------------|------------------|---------------------|--|--------------------------|
| Buck | D | L | $\frac{U_c}{D^2}$ | $\frac{U_c}{R}$ |
| Boost | $\frac{1}{1-D}$ | $\frac{L}{(1-D)^2}$ | $U_c \left(1 - s \frac{L}{(1-D)^2 \cdot R}\right)$ | $\frac{U_c}{(1-D)^2 R}$ |
| Buck-Boost | $-\frac{D}{1-D}$ | $\frac{L}{(1-D)^2}$ | $-\frac{U_c}{D^2} \left(1 - s \frac{DL}{(1-D)^2 \cdot R}\right)$ | $-\frac{U_c}{(1-D)^2 R}$ |

BIBLIOGRAPHIE

- [1] LES CONVERTISSEURS DE L'ÉLECTRONIQUE DE PUISSANCE
VOLUME 3 : LA CONVERSION CONTINUE – CONTINUE (2^{ème} édition)
Auteurs : Robert Bausière, Francis Labrique, Guy Segquier
Chapitre 3
ISBN : 2-7430-0139-9
- [2] **POWER ELECTRONICS**
CONVERTERS, APPLICATIONS AND DESIGN
Auteurs : Ned Mohan, Tore M. Undeland, William P. Robbins
Chapitre 5
ISBN : 0-471-50537-4
- [3] **FUNDAMENTALS of POWER ELECTRONICS**
Auteur : Robert W.Erickson
Chapitre 2 & 5
ISBN : 0-412-08541-0