



UNIVERSITÉ FRANCOIS-RABELAIS - TOURS

Institut Universitaire de Technologie

Département GENIE ELECTRIQUE ET INFORMATIQUE INDUSTRIELLE

Thierry LEQUEU

Calculs des inductances et des transformateurs

IUT GEII - 2^{ème} année - Option E.E.P.

Cours d'Electronique De Puissance

IUT GEII – 2^{ème} année – Option EEP

Table des matières :

Annexe 1 - Calculs des inductances et des transformateurs.....	5
1.1 Notes sur le calcul théorique d'une inductance	5
1.1.1 Présentation	5
1.1.2 Grandeurs magnétiques.....	5
1.1.3 Grandeurs électriques.....	5
1.1.4 Exemple	6
1.1.5 Différents type de circuits magnétiques.....	7
1.1.6 Exemple 1 : circuit magnétique RM 14	7
1.1.7 Exemple 2 : circuit magnétique ETD 34.....	8
1.1.8 Surface bobinable et coefficient de bobinage.....	9
1.1.9 Effet de peau.....	9
1.1.10 Pertes joules dans le cuivre	10
1.1.11 Facteur de forme du courant dans l'inductance	11
1.1.12 Facteur de forme du courant dans l'alimentation FLYBACK.....	11
1.1.12.1 Calcul de I_{1eff}	12
1.1.12.2 Calcul de I_{2eff}	12
1.1.13 Energie maximale stockée.....	13
1.1.14 Remarque.....	13
1.2 Relations conduisant au dimensionnement de l'inductance	14
1.2.1 Circuit magnétique (circuit « fer »).....	14
1.2.2 Enroulements (circuit « cuivre »).....	14
1.2.3 Le produit $A_e \times S_B$	14
1.2.4 Nombre de spires et entrefer.....	14
1.3 Notes sur le calcul théorique d'un transformateur	15
1.3.1 Principe du dimensionnement	15
1.3.2 Circuit magnétique (circuit « fer »).....	15
1.3.3 Enroulements (circuit « cuivre »).....	16
1.3.4 Relation entre dimensions et puissance	17
1.4 Relations conduisant au dimensionnement du transformateur	18
1.4.1 Produit $A_e \times S_b$	18
1.4.2 Nombres de spires	18
1.4.3 Quelques critères de dimensionnement	18
1.5 Caractéristiques des fils de cuivre	19
1.6 Bibliographie	22

Liste des figures :

Fig. 1.1. Circuit magnétique en E (dessins\cm.drw).	5
Fig. 1.2. Récepteur inductif (dessins\dephase.drw).....	5
Fig. 1.3. Courtesy of Xiamen YUXIANG - http://www.yuxiang.xm.fj.cn	7
Fig. 1.4. Coupe d'une demi bobine (dessins\bobine1.drw).	9
Fig. 1.5. Variation de e_p en fonction de la fréquence pour 20°C et 100°C (peau.m).....	10
Fig. 1.6. Courant dans l'inductance (dessins\h_serie1.drw)	11
Fig. 1.7. Courants de l'inductance FLYBACK (dessins\flyback5.drw).	11
Fig. 1.8. Tension primaire et courants du transformateur FORWARD (dessins\forward7.drw).15	

Liste des tableaux :

Tableau 1.1. Valeur de l'épaisseur de peau en fonction de la fréquence.	10
Tableau 1.2. Valeurs du facteur de forme et du taux d'ondulation (ieffa.m).	11
Tableau 1.3. Fils de cuivre AWG (cuivre.xls).	19
Tableau 1.4. Fils de Litz (cuivre.xls).....	20
Tableau 1.5. Fils MEPLATS (cuivre.xls)	21

Annexe 1 - Calculs des inductances et des transformateurs

1.1 Notes sur le calcul théorique d'une inductance

1.1.1 Présentation

Afin de dimensionner une inductance, il faut calculer les caractéristiques du circuit magnétique (dimensions et entrefer) et du bobinage (section de cuivre et nombre de spires). Dans le cas du convertisseur FLYBACK, il faut tenir compte de la présence des deux enroulements dans la fenêtre de bobinage. Le montage mécanique des fils s'effectuant sur un support (bobine), il faut en tenir compte dans les dimensions du circuit magnétique.

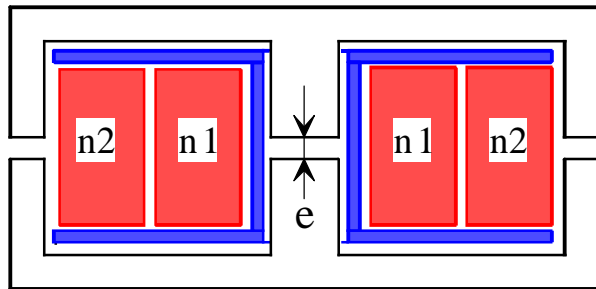


Fig. 1.1. Circuit magnétique en E (dessins\cm.drw).

1.1.2 Grandeurs magnétiques

Les principales grandeurs utiles sont :

- l'induction magnétique, notée B en Tesla T ;
- l'intensité du champ magnétique, notée H en A/m ;
- le flux de champ magnétique, noté ϕ en Weber ;
- la perméabilité magnétique, noté μ , qui vaut dans le vide $\mu = \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ H/m et dans un matériau magnétique $\mu = \mu_r \cdot \mu_0 = \mu_e \cdot \mu_0$

Dans un milieu linéaire avec $\mu = \text{constante}$ (air ou ferromagnétique non-saturé), les principales relations liant ces grandeurs sont :

$$\begin{cases} B = \mu \cdot H \\ \phi = B \cdot S_{fer} \\ \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum n \cdot i(t) \end{cases} \quad (1.1)$$

1.1.3 Grandeurs électriques

Avec un schéma équivalent en convention récepteur ::

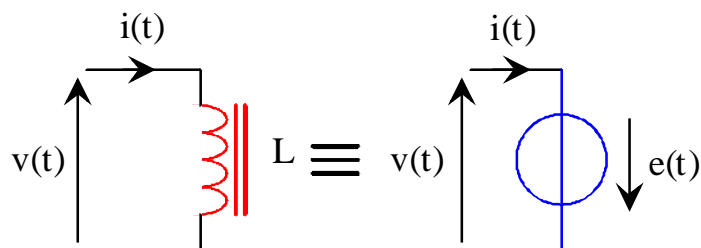


Fig. 1.2. Récepteur inductif (dessins\dephase.drw).

$$v(t) = n \cdot \frac{d\phi_{spire}(t)}{dt} ; v(t) = -e(t) \text{ et } e(t) = -n \cdot \frac{d\phi_{spire}(t)}{dt} \quad (1.2)$$

$$v(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad (1.3)$$

$$\phi_{total}(t) = n \cdot \phi_{spire}(t) = L \cdot i(t) \quad (1.4)$$

1.1.4 Exemple

Dans le cas de la figure 1.1, la circulation de H le long d'une ligne de champ quelconque nous permet d'écrire :

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = 2 \cdot H_{fer} \cdot L_{fer} + 2 \cdot e \cdot H_{air} = \sum n \cdot i(t) = n_1 \cdot i_1(t) + n_2 \cdot i_2(t) \quad (1.5)$$

Dans le cas de l'alimentation FLYBACK, le courant n'est présent que dans un seul enroulement et on a :

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = n_1 \cdot i_1(t) = n_2 \cdot i_2(t) \quad (1.6)$$

Avec $H_{fer} = \frac{B}{\mu_0 \cdot \mu_r}$, $H_{air} = \frac{B}{\mu_0}$, $\phi_{spire} = B \cdot S_{fer}$ et pour une inductance avec un seul enroulement

$$n_1 = n, \text{ on peut écrire } v(t) = n \cdot \frac{d\phi_{spire}(t)}{dt} = L \cdot \frac{di_1(t)}{dt}.$$

On obtient $n \cdot \phi_{spire}(t) = L \cdot i(t) \Rightarrow L = n^2 \cdot \frac{\mu_0 \cdot S_{fer}}{\frac{2 \cdot L_{fer}}{\mu_r} + 2 \cdot e}$ soit :

$$L = n^2 \frac{\mu_0 \mu_r \cdot S_{fer}}{2 \cdot L_{fer}} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{2 \cdot e \cdot \mu_r}{2 \cdot L_{fer}}\right)} = n^2 \frac{\mu_0 \mu_e \cdot Ae}{Le} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{2 \cdot e \cdot \mu_e}{Le}\right)} = n^2 A_L \frac{1}{\left(1 + \frac{2 \cdot e \cdot \mu_e}{Le}\right)} \quad (1.7)$$

avec :

- $Ae = S_{fer}$, la section effective du fer ;
- $Le = 2 L_{fer}$, la longueur effective moyenne d'une ligne de champ ;
- $\mu_e = \mu_r$, la perméabilité relative du matériaux.

Les constructeurs de circuit magnétique donnent, pour une géométrie précise et un type de matériaux magnétique donné (ferrite), la valeur du coefficient A_L , permettant le calcul de l'inductance par la formule

$L = n^2 \cdot A_L$ avec n le nombre de spires, pour un noyau sans entrefer.

$$A_L = \frac{\mu_0 \cdot \mu_e \cdot Ae}{Le} = \frac{1}{Re} \quad (1.8)$$

avec Re la réluctance du circuit magnétique.

Il faut cependant vérifier :

- que l'induction magnétique B ne dépasse pas la valeur de B_{max} (quelques 100 mT) ;
- que le nombre de fils n entre bien dans la carcasse ;
- que les pertes (fers et joules) dans l'inductance assure une température raisonnable de l'inductance.

1.1.5 Différents type de circuits magnétiques

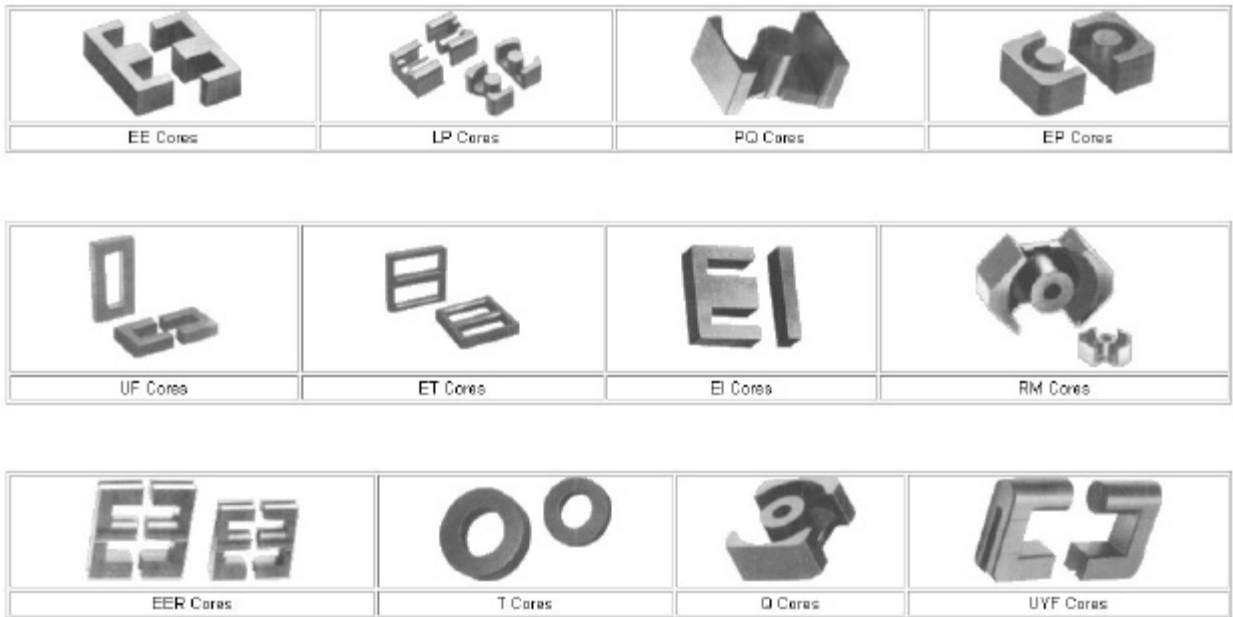
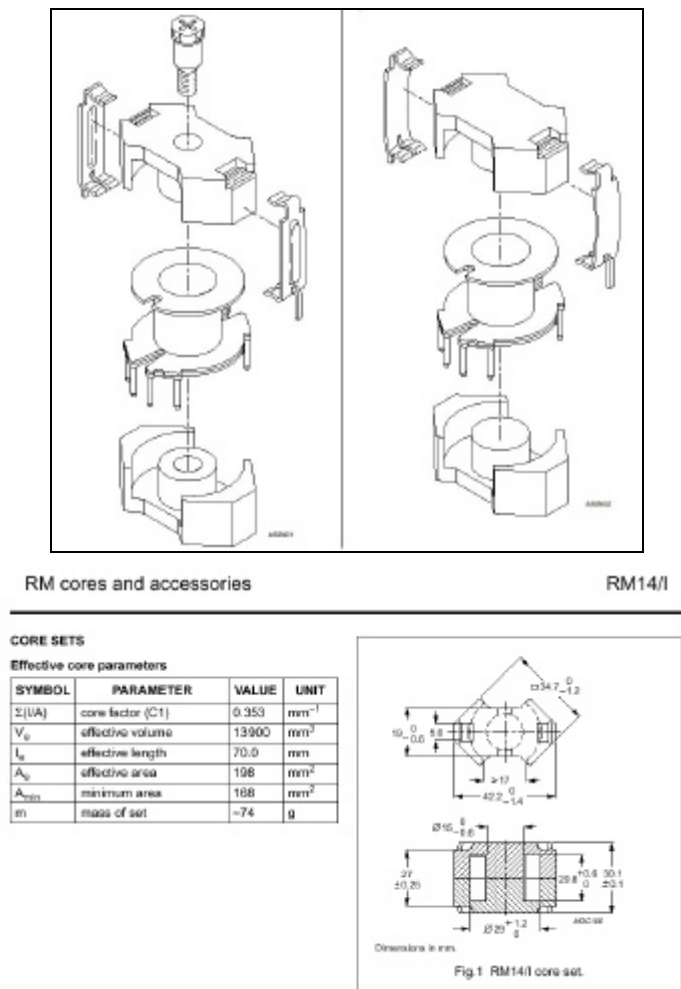
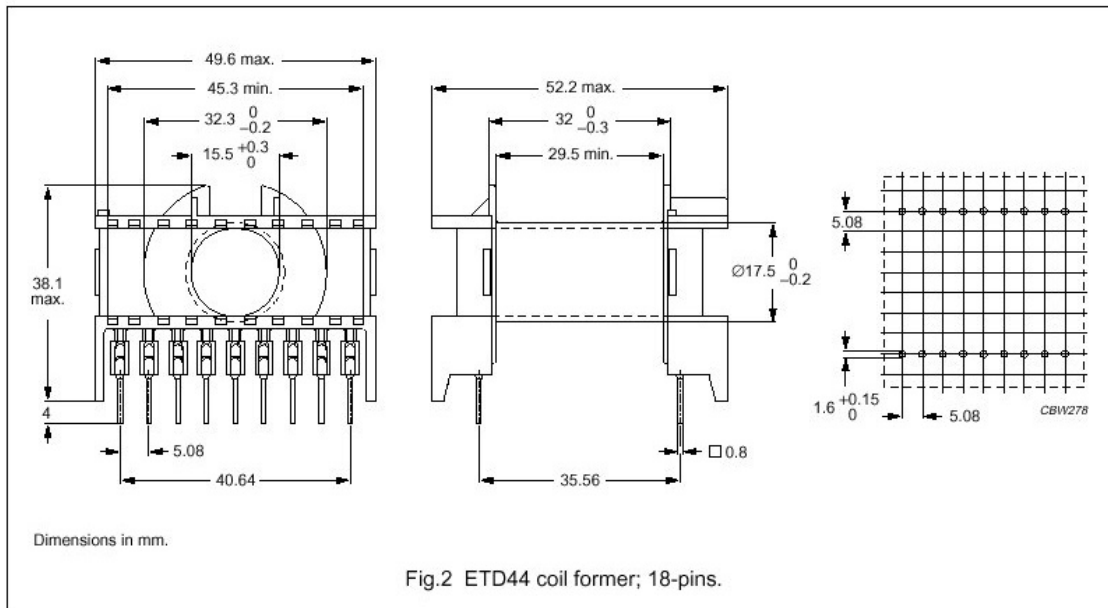
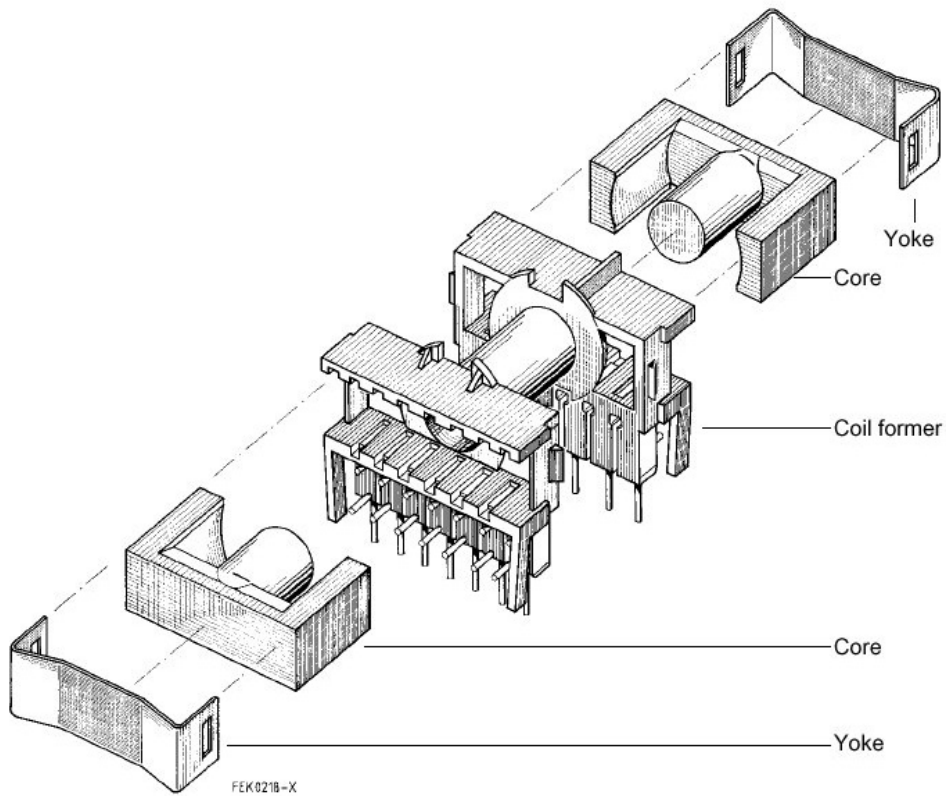


Fig. 1.3. Courtesy of Xiamen YUXIANG - <http://www.yuxiang.xm.fj.cn>

1.1.6 Exemple 1 : circuit magnétique RM 14



1.1.7 Exemple 2 : circuit magnétique ETD 34



Winding data for 18-pins ETD44 coil former

NUMBER OF SECTIONS	WINDING AREA (mm ²)	MINIMUM WINDING WIDTH (mm)	AVERAGE LENGTH OF TURN (mm)	TYPE NUMBER
1	214	29.5	77	CPH-ETD44-1S-18P

1.1.8 Surface bobinable et coefficient de bobinage

On appelle S_B la surface bobinable, la surface effective de la carcasse qui permet le bobinage des fils. Dans le cas de la figure 1.4, cette surface est donnée par $S_B = L \times H$.

Cette surface est donnée par les caractéristique de la bobine et non les dimensions de la fenêtre du circuit magnétique ($S_{\text{fenêtre}} > S_B$).

Dans cette fenêtre, on place des conducteurs ROND isolés par un fine couches d'isolant. Dans le cas où il y a plusieurs enroulements, il faut prévoir également la place des isolants inter-couches.

La surface effective de cuivre se trouve donc considérablement réduite.

On définit alors le rapport entre la surface bobinable et la surface de cuivre par le coefficient K_B :

$$K_B = \frac{S_B}{S_{cu}} > 1 \quad (1.9)$$

K_B peut varier de 1,3 à 2,5 voir plus, si l'on tient compte des isolants inter-couches.

Par exemple, la figure 1.4 montre la place occupée par un conducteur cylindrique. Pour un fil de cuivre AWG17 de diamètre extérieur $D = D_{fil} = 1,24$ mm, le diamètre de cuivre est $D_{cu} = 1,15$ mm. L'épaisseur de la couche d'isolant est de $e_{isolant} = \frac{D_{fil} - D_{cu}}{2} = 45 \mu\text{m}$. La section de cuivre vaut $s_{cu} = 1,038$ mm².

Pour un seul conducteur, le coefficient K_B vaut $K_B = \frac{S_B}{S_{cu}} = \frac{D \cdot D}{s_{cu}} = 1,48$!

1.1.9 Effet de peau

[LIVRE019], FERRIEUX - FOREST, page 197, §1.3.1.

Dans le cas d'un conducteur cylindrique, de longueur infinie (grande devant le rayon du conducteur), la résolution des équations de Maxwell–Ampère et Maxwell–Faraday :

$$\begin{cases} \overline{\text{rot}}(\vec{H}) = \vec{J} \\ \overline{\text{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} \vec{E} = \rho \cdot \vec{J} \\ \vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \end{cases} \quad (1.10)$$

(ρ la résistivité du matériau et μ la perméabilité du matériau), montre que la densité de courant n'est pas uniforme dans le conducteur. On définit l'épaisseur de peau par :

$$e_p = \sqrt{\frac{2 \cdot \rho}{\mu \cdot \omega}} = \sqrt{\frac{\rho}{\mu \cdot \pi \cdot F}} \approx \frac{b}{\sqrt{F}} \text{ en mm avec } F \text{ en Hz} \quad (1.11)$$

La résistivité du cuivre à 20°C vaut $\rho_{cu} = \frac{1}{58} = 0,0172 \mu\Omega \cdot m$. On calcul ainsi $b_{20^\circ C} = 66,1$ et $b_{100^\circ C} = 75,5$. Le coefficient de température du cuivre vaut $\alpha = +0,0038 \text{ K}^{-1}$ et on peut écrire :

$$R = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot (\theta - \theta_0)) \quad (1.12)$$

La résistivité du cuivre à 100°C vaut alors $\rho_{cu} = \frac{1}{58} (1 + 0,0038(100 - 20)) = 0,0225 \mu\Omega \cdot m$

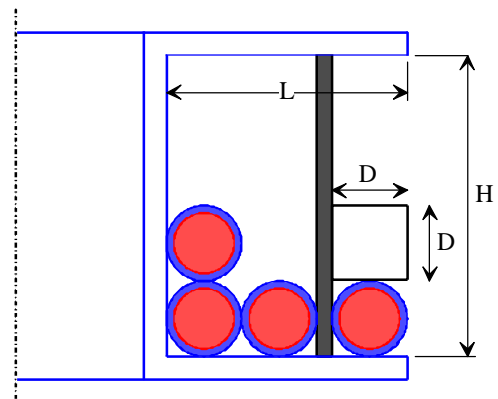


Fig. 1.4. Coupe d'une demi bobine (dessins\bobine1.drw).

On constate que la majoration de la résistance du fil est considérable lorsque le rayon du conducteur est plusieurs fois supérieures à l'épaisseur de peau. En pratique, on s'arrange pour que le rayon du conducteur soit inférieur ou égal à e_p . La figure 1.5 donne l'évolution de l'épaisseur de peau en fonction de la fréquence pour du cuivre à 20°C et à 100°C.

Tableau 1.1. Valeur de l'épaisseur de peau en fonction de la fréquence.

F	20 kHz	50 kHz	100 kHz	200 kHz	500 kHz	1 MHz
e_p à 20 °C	467 μm	295 μm	209 μm	148 μm	93,4 μm	66,1 μm
e_p à 100°C	533 μm	337 μm	238 μm	169 μm	106 μm	75,5 μm

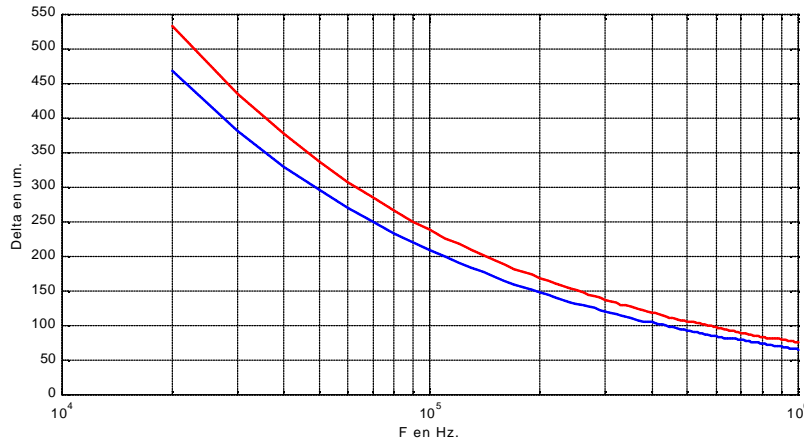


Fig. 1.5. Variation de e_p en fonction de la fréquence pour 20°C et 100°C (peau.m).

1.1.10 Pertes joules dans le cuivre

Les pertes dans l'inductance sont constituées, essentiellement (les pertes fers sont faibles car l'ondulation du courant est faible), des pertes cuivre par effet Joule, qu'il faut donc chercher à réduire en jouant sur le nombre et la longueur des spires. Les pertes cuivre s'écrivent :

$$P_{cu} = R \times I_{eff}^2 = \frac{\rho_{cu} \cdot l_{cu}}{s_{cu}} \cdot I_{eff}^2 \quad (1.13)$$

ρ_{cu} étant la résistivité du cuivre, s_{cu} la section du fil de cuivre et $l_{cu} = n \times l_S$ sa longueur totale (l_S étant la longueur moyenne d'une spire). Le nombre de spire n est inversement proportionnel à la section A_e du circuit magnétique (relation (1.26)), tandis que l_S est proportionnel à la racine carrée de A_e . En effet, en admettant qu'une spire a une longueur à peu près égale au périmètre du noyau, on peut écrire d'une manière générale :

$$l_S = k \times \sqrt{A_e} \quad (1.14)$$

- pour un noyau torique de rayon r , $A_e = \pi \cdot r^2$ et $l_S = 2\pi \times r$ soit $k = 2\sqrt{\pi}$;
- pour un noyau carré de côté a , $A_e = a^2$ et $l_S = 4 \times a$ soit $k = 4$.

En définitive, les pertes cuivre peuvent se mettre sous la forme :

$$P_{cu} = \frac{k \cdot \rho_{cu} \cdot I_{eff}^2 \cdot L \cdot I_{max}}{B_{max} \sqrt{A_e} \cdot s_{cu}} \quad (1.15)$$

Les grandeurs I_{eff} , L , et I_{max} étant fixées, on a donc intérêt à augmenter B_{max} pour diminuer les pertes cuivre. On peut aussi augmenter la section du fil (diminuer la densité de courant), ou augmenter A_e , mais cela conduit à augmenter le volume de l'inductance.

1.1.11 Facteur de forme du courant dans l'inductance

Dans le cas du hacheur série ou du hacheur élévateur, le courant dans l'inductance à la forme indiquée à la figure 1.6.

Le courant moyen est un paramètre du cahier des charges $I_{Lmoy} = I_s$.

Le courant maximal entre en jeu pour le calcul du champ magnétique de la ferrite et des pertes dans le cuivre.

Il faut donc trouver une relation entre cette valeur I_{Lmax} et la cause des pertes joules, à savoir le courant efficace I_{Leff} . On définit alors le coefficient K_I :

$$K_I = \frac{I_{Lmax}}{I_{Leff}} > 1 \quad (1.16)$$

Pour le courant de la figure 1.6, on a $I_{Lmax} = I_{Lmoy} + \frac{\Delta I_L}{2}$ et $I_{Leff} = \sqrt{I_{Lmoy}^2 + \frac{(\Delta I_L)^2}{12}}$. Le taux

d'ondulation est défini par $\tau_i = \frac{\Delta I_L}{I_{Lmoy}}$ et le coefficient K_I vaut $K_I = \frac{1 + \frac{\tau_i}{2}}{\sqrt{1 + \frac{(\tau_i)^2}{12}}}$ (ieffa.m)[DIV035].

Tableau 1.2. Valeurs du facteur de forme et du taux d'ondulation (ieffa.m).

τ_i	5 %	10%	20%	30%	40%	50%	100%	200%
K_I	1,0249	1,0496	1,0982	1,1457	1,1921	1,2372	1,4412	1,7321

1.1.12 Facteur de forme du courant dans l'alimentation FLYBACK

Dans le cas de l'alimentation FLYBACK, les courants des bobinages 1 et 2 ont la forme indiquée à la figure 1.7. L'ondulation du courant est donnée par :

$$\Delta I_1 = I_{1max} - I_{1min} = \frac{V_e \cdot \alpha}{L_1 \cdot F}$$

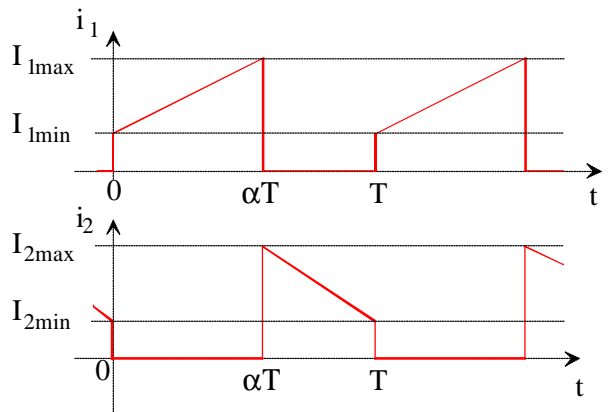


Fig. 1.7. Courants de l'inductance FLYBACK (dessins/flyback5.drw).

1.1.12.1 Calcul de I_{1eff}

L'expression de i_1 pour $t \in [0 ; \alpha T]$ est : $i_1(t) = I_{1min} + \Delta I_1 \cdot \frac{t}{\alpha T}$. Donc i_1^2 vaut :

$$i_1^2(t) = (I_{1min})^2 + \left(\Delta I_1 \frac{t}{\alpha T} \right)^2 + 2 \cdot \Delta I_1 \frac{t}{\alpha T} \cdot I_{1min} \quad (1.17)$$

La valeur efficace I_{1eff}^2 est égale à la valeur moyenne de i_1^2 , donc :

$$I_{1eff}^2 = \frac{1}{T} \int_0^{\alpha T} i_1^2(t) dt = \frac{1}{T} \left[(I_{1min})^2 t + \left(\frac{\Delta I_1}{\alpha T} \right)^2 \frac{t^3}{3} + \frac{2 \Delta I_1}{\alpha T} I_{1min} \frac{t^2}{2} \right]_0^{\alpha T}$$

$$I_{1eff} = \sqrt{\left[(I_{1min})^2 + \frac{\Delta I_1^2}{3} + \Delta I_1 \cdot I_{1min} \right] \cdot \alpha} \quad (1.18)$$

Après développement, l'expression se simplifie en :

$$I_{1eff} = \sqrt{\left[I_{10moy}^2 + \frac{\Delta I_1^2}{12} \right] \cdot \alpha} = I_{10eff} \cdot \sqrt{\alpha} \quad (1.19)$$

Dans la cas ou l'ondulation est faible $\frac{\Delta I_1}{I_{1min}} \ll 1$, l'expression devient $I_{1eff} \approx I_{10moy} \sqrt{\alpha}$.

Lorsque l'alimentation travail à $I_{1min} = 0$, $I_{1eff} = \Delta I_1 \sqrt{\frac{\alpha}{3}} = I_{1max} \sqrt{\frac{\alpha}{3}}$.

1.1.12.2 Calcul de I_{2eff}

L'expression de i_2 pour $t \in [\alpha T ; T]$ est : $i_2(t) = I_{2max} - \Delta I_2 \cdot \frac{(t - \alpha T)}{T - \alpha T}$. Donc i_2^2 vaut :

$$i_2^2(t) = (I_{2max})^2 + \left(\Delta I_2 \frac{(t - \alpha T)}{T - \alpha T} \right)^2 - 2 \cdot \Delta I_2 \frac{(t - \alpha T)}{T - \alpha T} \cdot I_{2max} \quad (1.20)$$

La valeur efficace I_{2eff}^2 est égale à la valeur moyenne de i_2^2 , donc :

$$I_{2eff}^2 = \frac{1}{T} \left[(I_{2max})^2 \cdot t + \left(\frac{\Delta I_2}{T - \alpha T} \right)^2 \frac{(t - \alpha T)^3}{3} - \frac{2 \Delta I_2}{T - \alpha T} \cdot I_{2max} \cdot \frac{(t - \alpha T)^2}{2} \right]_{\alpha T}^T$$

D'ou l'expression de I_{2eff} :

$$I_{2eff} = \sqrt{\left[\left(\frac{I_{10moy}}{m} \right)^2 + \frac{\Delta I_2^2}{12} \right] \cdot (1 - \alpha)} = \frac{I_{10eff}}{m} \cdot \sqrt{(1 - \alpha)} \quad (1.21)$$

Dans la cas ou l'ondulation est faible $\frac{\Delta I_2}{I_{2max}} \ll 1$, l'expression devient $I_{2eff} \approx \frac{I_{10moy}}{m} \sqrt{1 - \alpha}$.

Lorsque l'alimentation travail à $I_{2min} = 0$, $\Delta I_2 = I_{2max}$ et $I_{2eff} = \frac{\Delta I_1}{m} \sqrt{\frac{(1 - \alpha)}{3}} = \frac{I_{1max}}{m} \sqrt{\frac{(1 - \alpha)}{3}}$.

1.1.13 Energie maximale stockée

[SHEET001] [E2130], *Transformateurs et inductances, Techniques de l'Ingénieur, février 1999.*

[PAP122][D3167], *Dimensionnement du transformateur et de l'inductance de lissage, juin 1994.*

L'énergie stockée par une inductance de valeur L traversée par un courant I s'écrit sous la forme :

$$W = \frac{1}{2} L \cdot i^2 \quad (1.22)$$

On peut donc mettre W sous la forme :

$$W = \frac{1}{2} L \cdot i^2 = \frac{1}{2} \cdot n^2 \frac{\mu_0 \cdot \mu_e \cdot Ae}{Le} \cdot i^2$$

Avec les relations sur $H = \frac{n \cdot i}{Le}$ et sur $B = \mu_0 \cdot \mu_e \cdot H$ et en retenant les valeurs maximales, on obtient l'énergie maximale que peut stocker une inductance, à savoir :

$$W_{\max} = \frac{1}{2} L \cdot I_{\max}^2 = \frac{1}{2} \cdot H_{\max}^2 \cdot Le \cdot \mu_0 \cdot \mu_e \cdot Ae \cdot i^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{B_{\max}^2 \cdot Le \cdot Ae}{\mu_0 \cdot \mu_e} \quad (1.23)$$

Cette énergie est proportionnelle au volume du circuit magnétique, le produit $Le \times Ae$, proportionnelle au carré de l'induction maximale B_{\max}^2 et inversement proportionnelle à la perméabilité $\mu = \mu_0 \times \mu_e$.

1.1.14 Remarque

On peut écrire aussi :

$$W_{\max} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I_{\max}^2 = \frac{1}{2} \cdot (L \cdot I_{\max}) \cdot (I_{\max}) \quad (1.24)$$

Le terme $L \cdot I_{\max}$ correspond au flux total $\phi_{total} = L \cdot I_{\max} = n \cdot \phi_{spire} = n \cdot Ae \cdot B_{\max}$ et le courant I_{\max} peut être calculé à partir de la surface bobinable. La valeur efficace du courant dans l'inductance vaut

$I_{eff} = \frac{I_{\max}}{K_I}$. La section du fil de cuivre est donnée par $s_{cu} = \frac{I_{eff}}{\delta}$. Le coefficient de remplissage vaut

$K_b = \frac{S_b}{S_{cu}}$ et on peut écrire $S_b = K_b \times S_{cu} = K_b \cdot \frac{n \cdot I_{eff}}{\delta}$. L'énergie maximale vaut alors :

$$W_{\max} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I_{\max}^2 = \frac{B_{\max} \cdot Ae \cdot \delta \cdot K_I \cdot S_b}{2 \cdot K_b} \quad (1.25)$$

1.2 Relations conduisant au dimensionnement de l'inductance

1.2.1 Circuit magnétique (circuit « fer »)

Le flux magnétique total à travers les n spires du bobinage s'écrit :

$$\Phi_{\max} = n \times \Phi_{\text{spire max}} = L \cdot I_{\max} = n \cdot B_{\max} \cdot Ae \text{ et } B_{\max} \leq B_c \text{ de la ferrite}$$

On obtient ainsi la première relation électrique-géométrique :

$$Ae \geq L \cdot \frac{I_{\max}}{n \cdot B_c} \quad (1.26)$$

1.2.2 Enroulements (circuit « cuivre »)

Pour une densité de courant δ et une valeur efficace I_{eff} du courant (de valeur maximale I_{\max} correspondant à B_{\max}), la section du fil est :

$$S_{\text{cuivre}} = \frac{I_{\text{eff}}}{\delta} \quad (1.27)$$

Les n spires de cuivre occupent, dans la fenêtre de bobinage, une surface $S_{\text{cuivre}} = n \cdot s_{\text{cu}}$ et la surface de bobinage S_B doit être supérieure à :

$$S_B \geq K_B \times S_{\text{cu}} = K_B \cdot \frac{n \cdot I_{\text{eff}}}{\delta} \quad (1.28)$$

1.2.3 Le produit $Ae \times S_B$

Le nombre de spires s'élimine en faisant le produit des deux surfaces Ae et S_B , relations (1.26) et (1.28). On obtient alors une relation sur le produit $Ae \times S_B$:

$$Ae \cdot S_B \geq \frac{K_B \cdot L \cdot I_{\max} \cdot I_{\text{eff}}}{\delta \cdot B_{\max}} = \frac{K_B \cdot L \cdot I_{\max}^2}{\delta \cdot B_{\max} \cdot K_I} = \frac{2 \cdot K_B \cdot W_{\max}}{\delta \cdot B_{\max} \cdot K_I} \quad (1.29)$$

1.2.4 Nombre de spires et entrefer

A partir de la valeur du produit $Ae \times S_B$ des différents circuit magnétiques disponibles chez les fabricants, il est possible de choisir un modèle respectant le cahier des charges de l'énergie maximale.

Il reste donc à déterminer la valeur de l'entrefer e et le nombre de spires n . Le nombre de spires n doit respecter trois critères :

- 1) $n > n_1(B_c ; e)$ afin d'éviter la saturation du circuit magnétique $Ae = \frac{L \cdot I_{\max}}{n \cdot B_{\max}} \geq L \cdot \frac{I_{\max}}{n \cdot B_c}$;
- 2) $n > n_2(L, A_L ; e)$ afin d'avoir la bonne valeur d'inductance $L \geq n^2 \cdot A_L \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{2 \cdot e \cdot \mu_e}{Le}\right)}$;
- 3) $n < n_3$ afin de pouvoir loger les fils dans la fenêtre de la bobine $S_B \geq K_B \cdot \frac{n \cdot I_{\text{eff}}}{\delta}$.

1.3 Notes sur le calcul théorique d'un transformateur

[PAP122][D3167], *Dimensionnement du transformateur et de l'inductance de lissage*, juin 1994.

[SHEET001] [E2130], *Transformateurs et inductances, Techniques de l'Ingénieur*, février 1999.

1.3.1 Principe du dimensionnement

- Pour une fréquence imposée et un nombre de spires donné au primaire, la tension V_1 est liée au flux magnétique maximal F_{max} , donc à l'induction maximale B_{max} , par la section du circuit magnétique A_e (section de fer).
- Pour un nombre de spires fixé, de longueur moyenne donnée autour de A_e , le courant I_1 est lié à la section s_l du fil de l'enroulement primaire par la densité de courant ; I_1 est donc lié au volume de l'enroulement primaire et, par conséquent, à celui du secondaire, qui est égal ; ces bobinages doivent pouvoir entrer dans la fenêtre du circuit magnétique, dont ils vont occuper une partie de la surface ; leur section totale doit donc être inférieure ou égale à S_b .

1.3.2 Circuit magnétique (circuit « fer »)

Nous nous plaçons dans le cas classique d'un FORWARD en démagnétisation complète, avec un enroulement de démagnétisation comportant le même nombre de spires que le primaire $n_3 = n_1$, ce qui correspond à un rapport cyclique α limité à 1/2.

Le dimensionnement est effectué pour la puissance maximale que peut transmettre le transformateur, c'est-à-dire pour $\alpha = 1/2$. Dans ces conditions, E étant la tension d'alimentation du FORWARD, la tension v_1 aux bornes de l'enroulement primaire est carrée, d'amplitude $+E$ et $-E$, et le flux ϕ_{spire} créé dans le circuit magnétique est de forme triangulaire. Dans le cas d'une démagnétisation complète que nous envisageons, le flux au début et à la fin de la période T est nul (figure 1.8).

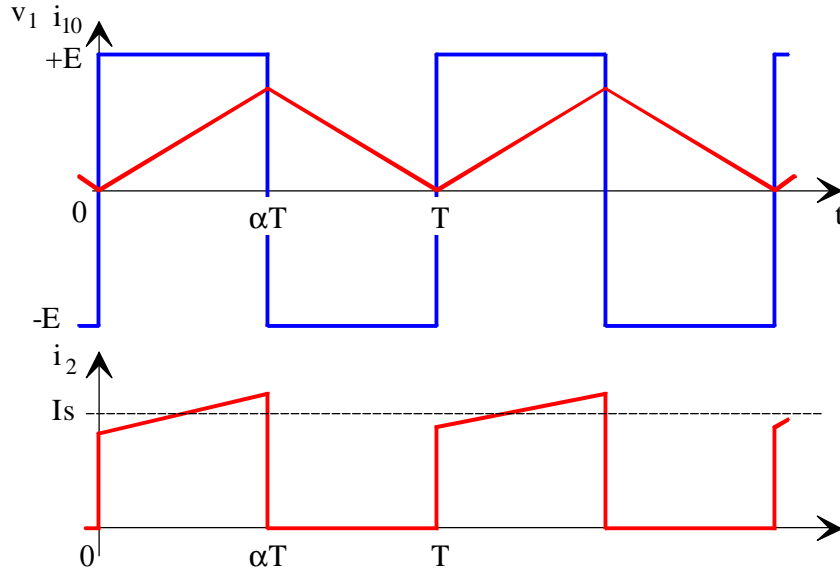


Fig. 1.8. Tension primaire et courants du transformateur FORWARD (dessins\forward7.drw).

Le flux ϕ_{spire} de l'induction magnétique B , à travers une section droite A_e du noyau, est défini par :

$$\Phi_{spire} = B \times A_e$$

De plus, la loi de Faraday s'écrit :

$$v_1 = n_1 \cdot \frac{d\Phi_{spire}}{dt} = E$$

Le flux croissant linéairement à partir d'une valeur nulle pendant une demi-période $T/2$, on a :

$$\frac{d\Phi_{spire}}{dt} = \frac{\Phi_{\max}}{T/2} = \frac{E}{n_1} = 2 \cdot B_{\max} \cdot A_e \cdot F$$

avec $F = \frac{1}{T}$, la fréquence de découpage, soit enfin :

$$A_e = \frac{E}{2 \cdot n_1 \cdot B_{\max} \cdot F} \quad (1.30)$$

C'est la première relation entre une grandeur électrique (tension primaire) et une grandeur géométrique (section droite A_e du circuit magnétique).

1.3.3 Enroulements (circuit « cuivre »)

La figure 1.8 rappelle les formes du courant magnétisant et du courant secondaire pour $\alpha = \frac{1}{2}$; le palier croissant du courant secondaire est centré sur la valeur du courant de sortie I_s . L'amplitude du courant primaire est égal à celle du courant secondaire, au rapport de transformation $m = \frac{n_2}{n_1}$ près, et au courant

magnétisant près. Nous négligerons le courant magnétisant et idéaliserons les formes de i_2 et i_1 par des carrés d'amplitudes respectives I_s et $m I_s$. La valeur efficace d'un courant d'amplitude I et de rapport cyclique α étant donnée par $I\sqrt{\alpha}$, nous obtenons les valeurs efficaces de i_2 et i_1 :

$$\begin{cases} I_{2eff} \approx I_s \sqrt{\alpha} \\ I_{1eff} \approx m \cdot I_s \sqrt{\alpha} \end{cases}$$

et si l'on se fixe une densité de courant δ dans les enroulements, les sections des fils au primaire et au secondaire sont :

$$\begin{cases} s_{cu2} = \frac{I_{2eff}}{\delta} \approx \frac{I_s \sqrt{\alpha}}{\delta} \\ s_{cu1} = \frac{I_{1eff}}{\delta} \approx \frac{m \cdot I_s \sqrt{\alpha}}{\delta} \end{cases}$$

En ce qui concerne le troisième enroulement n_3 , il n'est parcouru que par un courant très faible, puisqu'il ne sert qu'à démagnétiser le circuit magnétique ; le diamètre du fil de ce troisième enroulement pourrait donc être très faible. Cependant, une autre considération prend ici le pas : l'inductance de fuite l_{13} entre n_1

et n_3 provoque, au moment du blocage du transistor, une surtension $l_{13} \frac{di_1}{dt}$ qui vient s'ajouter, aux

bornes de ce transistor, à la surtension théorique égale à $2E$ (pour $n_3 = n_1$). Dans le cas d'alimentations à partir du réseau EDF 230 V, soit environ 325 V en continu après redressement et filtrage, donc 650 V pour la tension théorique, cette surtension supplémentaire est particulièrement indésirable, les transistors usuels étant limités à 700–900 V. Pour cette raison, outre l'utilisation éventuelle d'écrêteurs de tension, on cherche à minimiser cette inductance de fuite en réalisant un couplage très serré entre n_1 et n_3 en les bobinant simultanément (bobinage dit deux fils en main), de sorte que les spires de n_1 et n_3 soient imbriquées ; ce type de bobinage n'est évidemment possible qu'avec deux fils du même diamètre ($s_{cu3} = s_{cu1}$).

Dans ces conditions, la surface totale de cuivre S_{cu} correspondant aux n_1 spires de section s_{cu1} du primaire, aux n_2 spires de section s_{cu2} du secondaire et aux n_3 spires de section s_{cu3} est :

$$S_{cu} = n_1 \cdot s_{cu1} + n_2 \cdot s_{cu2} + n_3 \cdot s_{cu3} = 2 \cdot n_1 \cdot s_{cu1} + n_2 \cdot s_{cu2}$$

$$\text{soit } S_{cu} = 2 \cdot n_1 \cdot \frac{m \cdot Is \sqrt{\alpha}}{\delta} s_{cu1} + n_2 \cdot \frac{Is \sqrt{\alpha}}{\delta} = 3 \cdot n_2 \cdot \frac{Is \sqrt{\alpha}}{\delta} = 3 \cdot n_1 \cdot \frac{m \cdot Is \sqrt{\alpha}}{\delta}$$

On vérifie que les trois enroulements occupent la même surface dans la fenêtre. Il faut encore tenir compte de la place prise par l'isolant, notamment dans le cas de fil divisé (fil de Litz) dont l'encombrement est près du triple d'un fil unique, de la place d'éventuels écrans et de la place perdue entre fils, ce qui conduit à introduire un coefficient de foisonnement K_b . La surface totale occupée par les bobinages est donc en définitive $K_b \cdot 3 \cdot n_1 \cdot \frac{m \cdot Is \sqrt{\alpha}}{\delta}$. Cette surface doit rester inférieure, ou à la limite égale, à la surface de bobinage disponible S_b :

$$S_b \geq \frac{3 \cdot K_b \cdot n_1 \cdot m \cdot Is \sqrt{\alpha}}{\delta} = \frac{3 \cdot K_b \cdot n_2 \cdot Is \sqrt{\alpha}}{\delta} \quad (1.31)$$

C'est la deuxième relation entre grandeurs électriques et géométriques.

À ce stade du calcul, la seule inconnue subsistant dans les relations (1.30) et (1.31) est n_1 que l'on élimine en effectuant le produit $A_e \times S_b$:

$$A_e \times S_b \geq \frac{3 \cdot \sqrt{\alpha} \cdot K_b \cdot E \cdot m \cdot Is}{2 \cdot \delta \cdot F \cdot B_{\max}} \quad (1.32)$$

1.3.4 Relation entre dimensions et puissance

[PAP122][D3167], *Dimensionnement du transformateur et de l'inductance de lissage*, juin 1994.

[SHEET001] [E2130], *Transformateurs et inductances, Techniques de l'Ingénieur*, février 1999.

En admettant que l'amplitude $I_{1\max}$ du courant primaire est égale à $m Is$, la puissance maximale P transitant dans le transformateur s'exprime par :

$$P = V_s \times I_s = \alpha \cdot m \cdot E \times I_s = \alpha \cdot E \cdot I_{1\max}$$

Pour un rapport cyclique limité à 1/2, la puissance maximale est :

$$P_{\max} = \frac{1}{2} E \cdot m \cdot Is \quad (1.33)$$

La relation (1.32) peut ainsi se mettre sous la forme :

$$A_e \times S_b \geq \frac{2,12 \cdot K_b \cdot P_{\max}}{\delta \cdot F \cdot B_{\max}} \quad (1.34)$$

Le produit $A_e \times S_b$ est une image de la taille du transformateur. En se plaçant dans le cas où le bobinage occupe toute la surface S_b disponible dans la fenêtre, cela conduit à :

$$P_{\max} = \frac{A_e \cdot S_b \cdot \delta \cdot F \cdot B_{\max}}{2,12 \cdot K_b} \quad (1.35)$$

On voit, d'après cette relation, que la puissance P qui peut transiter dans le transformateur est :

- proportionnelle au produit des deux surfaces $A_e \times S_b$, donc à la puissance quatrième de sa dimension linéaire (si on double la longueur, la largeur et la hauteur, le volume est multiplié par 8, la puissance est multipliée par 16) ;
- proportionnelle à la fréquence F de fonctionnement, d'où l'intérêt des fréquences élevées, dans la limite des pertes admissibles ;
- proportionnelle à l'induction maximale B_{\max} que l'on peut créer dans le noyau, d'où l'intérêt de matériaux à forte valeur d'induction B_{sat} au coude de saturation ;

- proportionnelle à la densité δ de courant dans les enroulements.

On vérifie que le rapport de transformation et le nombre de spires n n'interviennent pas.

En règle générale, la puissance convertible dans un circuit magnétique de section magnétique A_e avec une section de fenêtre bobinable S_b vaut :

$$P = \frac{K_I \cdot \delta \cdot B_M \cdot A_e \cdot S_b \cdot F}{K_b}$$

- δ est la densité du courant dans le conducteur ;
- B_M est l'induction maximale ;
- K_b est le coefficient de remplissage $K_b = \frac{S_b}{S_{cu}}$ où S_{cu} est la surface totale du cuivre ;
- α est le rapport cyclique de commande ;
- F est la fréquence de découpage.

1.4 Relations conduisant au dimensionnement du transformateur

1.4.1 Produit $A_e \times S_b$

Après avoir fixé la fréquence de découpage F , le matériau magnétique caractérisé par un B_{max} , et la densité de courant δ , on détermine le produit $A_e \times S_b$ à partir de la relation :

$$A_e \times S_b \geq \frac{2,12 \cdot K_b \cdot P_{max}}{\delta \cdot F \cdot B_{max}} \quad (1.36)$$

A partir de la valeur du produit $A_e \times S_b$ des différents circuit magnétiques disponibles chez les fabricants, il est possible de choisir un modèle respectant le cahier des charges de la puissance maximale.

1.4.2 Nombres de spires

On connaît alors toutes les dimensions du noyau, en particulier A_e , S_b et la longueur effective des lignes de champ l_e . En reportant A_e dans la relation (1.30), on obtient le nombre de spires au primaire n_1 :

$$n_1 = \frac{E}{2 \cdot A_e \cdot B_{max} \cdot F} \quad (1.37)$$

et $n_3 = n_1$, d'où n_2 d'après le rapport de transformation m .

1.4.3 Quelques critères de dimensionnement

Les choix combinés de la fréquence de fonctionnement, du matériau magnétique, de l'induction maximale et de la densité de courant déterminent les pertes dans le transformateur, donc son échauffement ; ces choix sont liés entre eux et se font à partir des courbes $B(H)$ et des courbes donnant les pertes en fonction de la fréquence pour une induction B_{max} donnée, pour différents matériaux magnétiques (ferrites).

1.5 Caractéristiques des fils de cuivre

Tableau 1.3. Fils de cuivre AWG (cuivre.xls).

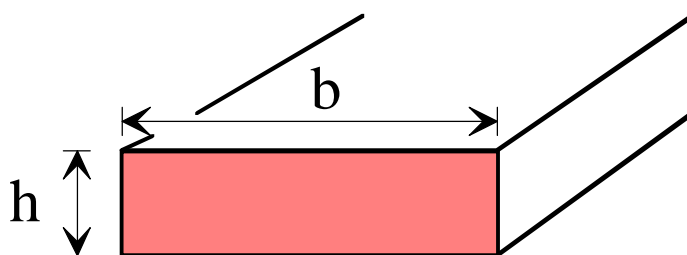
AWG	Dcu mm	Scu mm ²	D fil mm	S fil mm ²	m ohms/m 20°C	ohms/m 100°C	K1 S cu/S fil	KB S fil/S cu
10	2.59	5.269	2.73	5.853	0.0034	0.0044	0.900	1.111
11	2.31	4.191	2.44	4.676	0.0043	0.0055	0.896	1.116
12	2.05	3.301	2.18	3.733	0.0054	0.0070	0.884	1.131
13	1.83	2.630	1.95	2.986	0.0068	0.0088	0.881	1.135
14	1.63	2.087	1.74	2.378	0.0086	0.0111	0.878	1.140
15	1.45	1.651	1.56	1.911	0.0108	0.0140	0.864	1.157
16	1.29	1.307	1.39	1.517	0.0137	0.0178	0.861	1.161
17	1.15	1.039	1.24	1.208	0.0172	0.0223	0.860	1.163
18	1.02	0.817	1.11	0.968	0.0219	0.0284	0.844	1.184
19	0.91	0.650	1.00	0.785	0.0275	0.0357	0.828	1.208
20	0.81	0.515	0.89	0.622	0.0347	0.0450	0.828	1.207
21	0.72	0.407	0.80	0.503	0.0439	0.0570	0.810	1.235
22	0.64	0.3217	0.71	0.3959	0.0555	0.0721	0.813	1.231
23	0.57	0.2552	0.64	0.3217	0.0700	0.0909	0.793	1.261
24	0.51	0.2043	0.57	0.2552	0.0875	0.114	0.801	1.249
25	0.45	0.1590	0.51	0.2043	0.1124	0.146	0.779	1.284
26	0.40	0.1257	0.46	0.1662	0.1422	0.185	0.756	1.323
27	0.36	0.1018	0.41	0.1320	0.1756	0.228	0.771	1.297
28	0.32	0.0804	0.37	0.1075	0.2222	0.288	0.748	1.337
29	0.29	0.0661	0.33	0.0855	0.2705	0.351	0.772	1.295
30	0.25	0.0491	0.30	0.0707	0.3640	0.473	0.694	1.440
31	0.23	0.0415	0.27	0.0573	0.4301	0.558	0.726	1.378
32	0.20	0.0314	0.24	0.0452	0.5688	0.738	0.694	1.440
33	0.18	0.0254	0.22	0.0380	0.7022	0.912	0.669	1.494
34	0.16	0.0201	0.20	0.0314	0.8888	1.154	0.640	1.563
35	0.14	0.0154	0.18	0.0254	1.1609	1.507	0.605	1.653
36	0.13	0.0133	0.16	0.0201	1.3463	1.748	0.660	1.515
37	0.11	0.0095	0.14	0.0154	1.8804	2.441	0.617	1.620
38	0.10	0.0079	0.13	0.0133	2.2753	2.954	0.592	1.690
39	0.09	0.0064	0.12	0.0113	2.8090	3.647	0.563	1.778
40	0.08	0.0050	0.10	0.0079	3.5551	4.615	0.640	1.563
41	0.07	0.0038	0.0945	0.0070	4.6434	6.028	0.549	1.823

Tableau 1.4. Fils de Litz (cuivre.xls).

Diamètre de brin mm	Nombre de brin	Scu mm ²	D fil mm	S fil mm ²	ohms/m	K1 S cu/S fil	KB S fil/S cu
0.032	10	0.0080	0.205	0.033	2.4930	0.244	4.105
0.032	25	0.0201	0.290	0.066	1.0270	0.304	3.285
0.032	60	0.0483	0.420	0.139	0.4280	0.348	2.871
0.032	160	0.1287	0.690	0.374	0.1610	0.344	2.906
0.032	320	0.2574	0.980	0.754	0.0802	0.341	2.931
0.040	6	0.0075	0.200	0.031	2.6130	0.240	4.167
0.040	10	0.0126	0.245	0.047	1.5680	0.267	3.750
0.040	25	0.0314	0.350	0.096	0.6460	0.327	3.062
0.040	60	0.0754	0.520	0.212	0.2690	0.355	2.817
0.040	160	0.2011	0.890	0.622	0.1010	0.323	3.094
0.040	360	0.4524	1.200	1.131	0.0505	0.400	2.500
0.050	5	0.0098	0.225	0.040	1.9700	0.247	4.049
0.050	10	0.0196	0.290	0.066	0.9680	0.297	3.363
0.050	25	0.0491	0.420	0.139	0.4060	0.354	2.822
0.050	60	0.1178	0.650	0.332	0.1690	0.355	2.817
0.050	160	0.3142	1.040	0.849	0.0634	0.370	2.704
0.050	320	0.6283	1.460	1.674	0.0317	0.375	2.664
0.063	4	0.0125	0.240	0.045	1.5375	0.276	3.628
0.063	10	0.0312	0.350	0.096	0.6150	0.324	3.087
0.063	25	0.0779	0.520	0.212	0.2534	0.367	2.725
0.063	60	0.1870	0.820	0.528	0.1056	0.354	2.823
0.063	160	0.4988	1.340	1.410	0.0396	0.354	2.828
0.063	320	0.9975	1.820	2.602	0.0198	0.383	2.608
0.071	3	0.0119	0.240	0.045	1.6549	0.263	3.808
0.071	8	0.0317	0.355	0.099	0.6205	0.320	3.125
0.071	25	0.0990	0.590	0.273	0.1986	0.362	2.762
0.071	60	0.2376	0.920	0.665	0.0827	0.357	2.798
0.071	160	0.6335	1.440	1.629	0.0310	0.389	2.571
0.071	320	1.2669	2.020	3.205	0.0155	0.395	2.530
0.100	10	0.0785	0.550	0.238	0.2396	0.331	3.025
0.100	25	0.1964	0.820	0.528	0.0958	0.372	2.690
0.100	60	0.4712	1.250	1.227	0.0411	0.384	2.604
0.100	160	1.2566	2.020	3.205	0.0154	0.392	2.550
0.100	360	2.8274	3.080	7.451	0.00685	0.379	2.635
0.100	400	3.1416	3.280	8.450	0.00617	0.372	2.690

Tableau 1.5. Fils MEPLATS (cuivre.xls)

h	b	S cu	S fil	ohm/m	K1	KB
h	mm	mm ²	mm ²	20 °C	S cu/S fil	S fil/S cu
0.1	5	0.5	0.654	0.0357	0.765	1.308
0.1	10	1.0	1.304	0.0179	0.767	1.304
0.1	15	1.5	1.954	0.0119	0.768	1.303
0.1	20	2.0	2.604	0.0089	0.768	1.302
0.2	5	1.0	1.210	0.0179	0.826	1.210
0.2	10	2.0	2.410	0.0089	0.830	1.205
0.2	15	3.0	3.610	0.0060	0.831	1.203
0.2	20	4.0	4.810	0.0045	0.832	1.203
0.3	5	1.5	1.768	0.0119	0.848	1.179
0.3	10	3.0	3.518	0.0060	0.853	1.173
0.3	15	4.5	5.268	0.0040	0.854	1.171
0.3	20	6.0	7.018	0.0030	0.855	1.170
0.4	5	2.0	4.628	0.0089	0.432	2.314
0.4	10	4.0	6.928	0.0045	0.577	1.732
0.4	15	6.0	9.228	0.0030	0.650	1.538
0.4	20	8.0	11.528	0.0022	0.694	1.441
0.5	5	2.5	5.740	0.0071	0.436	2.296
0.5	10	5.0	8.790	0.0036	0.569	1.758
0.5	15	7.5	11.440	0.0024	0.656	1.525
0.5	20	10.0	14.290	0.0018	0.700	1.429



1.6 Bibliographie

- [LIVRE122] J.-P. FERRIEUX, F. FOREST, *Alimentations à découpage - convertisseurs à résonance*, 3e édition revue et augmentée, 1999.
- [SHEET001] [E2130], *Transformateurs et inductances*, F. BEAUCLAIR, J.-P. DELVINQUIER, J.-P. GROS, Techniques de l'Ingénieur, février 1998.
- [PAP122] [D3167], *Convertisseurs de type FORWARD - Dimensionnement du transformateur et de l'inductance de lissage*, H. FOCH et al., Technique de l'Ingénieur, juin 1994.
- [PAP147] [D3164], *Alimentations à découpage - Le transformateur dans les alimentations à découpage*, H. FOCH et al., Techniques de l'Ingénieur, juin 1991.
- [DIV042] Catalogue FERROXCUBE - PHILIPS, *Ferrites components - Soft Ferrites*, 1998, Data Handbook MA01.
- [DIV142] Catalogue EPCOS / SIEMENS, *Ferrites and accessories*, 1997.
- [DIV143] T. LEQUEU, *Informations diverses sur les ferrites et les circuits magnétiques*, septembre 2001.
- [99DIV120] T. LEQUEU, *Annexe 03 - Calculs des inductances et des transformateurs*, cours d'Electronique de Puissance, mars 2002.